Alan Teorisi

Final çalışma notu (Uygulama ve Ders notları)

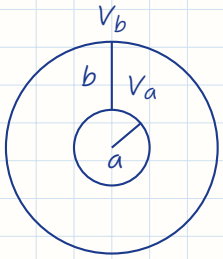
Orijinal not: Final-notu-kopya.pdf

UYARI Bu belge, el yazısı ders notlarından Claude (Anthropic) yardımıyla dijitale aktarılmıştır. Yardımcı kaynak olarak hazırlanmıştır; hata veya eksik içerebilir. Lütfen orijinal notları ve ders kaynaklarını esas alın.

NOTICE *This document was transcribed from handwritten lecture notes with the help of Claude (Anthropic). It is meant as a supplementary resource and may contain errors or omissions. Always check against the original notes and official course material.*

orj. s. 1

Uygulama 7 – İç içe iki küre



$a < r < b$ $\quad V(r) = \dfrac{V_a - V_b}{\frac{1}{a} - \frac{1}{b}} \cdot \dfrac{1}{r} + \dfrac{aV_a - bV_b}{a - b}$

$r < a$ $\quad \vec{E} = 0$ (içerde yük yok)

$\vec{E} = -\text{grad}\, V \xrightarrow{\text{integral}} V(r) = C$ olur

$$V(a) = V_a = C \Rightarrow \boxed{r < a \;\; V(r) = V_a}$$

$r > b$ $\quad \Delta V = 0$ $\quad \dfrac{1}{r^2}\dfrac{\partial}{\partial r}\left(r^2 \dfrac{\partial V}{\partial r}\right) = 0$

$$r^2 \frac{\partial V}{\partial r} = -A \Rightarrow \frac{\partial V}{\partial r} = -\frac{A}{r^2}$$

$$V(r) = \frac{A}{r} + B$$

$r \to \infty$ $\; V(r) = 0$ olmalıdır $\Rightarrow B = 0$

$r = b$ $\quad V(b) = V_b = \dfrac{A}{b} \Rightarrow A = bV_b$

$$V(r) = \frac{bV_b}{r}$$

O zaman

$$a < r < b \quad \vec{E} = -\text{grad}\, V = \frac{V_a - V_b}{\frac{1}{a} - \frac{1}{b}} \frac{1}{r^2} \vec{e}_r$$

$$r < a \quad \vec{E} = 0$$

$$r > b \quad \vec{E} = -\text{grad}\, V = -\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{bV_b}{r}\right)\vec{e}_r = \frac{bV_b}{r^2}\vec{e}_r$$

$$r = a \text{ da} \quad \boxed{\vec{E} = \frac{\vec{E}^+(a) + \vec{E}^-(a)}{2}}$$

$$= \frac{1}{2}\left[\frac{V_a - V_b}{\frac{1}{a} - \frac{1}{b}} \cdot \frac{1}{a^2}\right]\vec{e}_r$$

$$= \frac{1}{2}\frac{b}{a}\left[\frac{V_a - V_b}{b - a}\right]\vec{e}_r$$

a yüzeyindeki yüke etkiyen kuvvet??

$d\vec{F} = \rho_s\, ds\, \vec{E}$ $ds = a^2 \sin\theta\, d\phi\, d\theta$

$\text{div}\, \vec{D} = \rho_s$

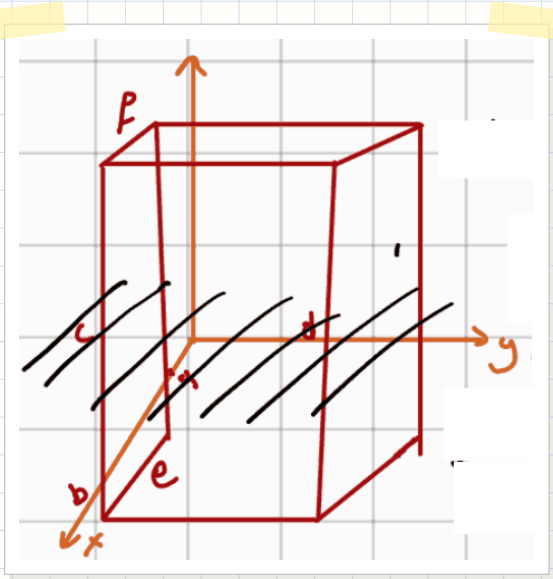
$$\boxed{\rho_s = \vec{n} \cdot \vec{D} = \vec{n} \cdot \varepsilon\vec{E} = \vec{e}_r \cdot \varepsilon \cdot \vec{E}} \quad \leftarrow \text{sınır koşulu}$$

a noktasında

$$\rho_s = \varepsilon \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{b}{a}\left[\frac{V_a - V_b}{b - a}\right]$$

Ders 9 – Değişik türden yük dağılımları ve Dirac Distribüsyonu

hacimsel ρ_v [C/m^3] yüzeysel ρ_s [C/m^2] çizgisel ρ_c [C/m]



orijinal çizim, s. 1

$\rho_s(y,z)$ $x = 0$'da $\rho_s(y,z)$ $[C/m^2]$ yük yoğunluğu olsun; bu yüzeysel yük yoğunluğuna ilişkin hacimsel yük yoğunluğu:

$$\underset{[C/m^3]}{\rho_v(x,y,z)} = \underset{[C/m^2]}{\rho_s(y,z)}\ \underset{[1/m]}{\delta(x)}$$

$\delta(x)$'in özellikleri

1) $a \le x \le b,\ c \le y \le d,\ e \le z \le f$ prizması içindeki toplam yük $(\rho_v(x,y,z) = \rho_s(y,z)\,\delta(x))$

$$Q = \int_{x=a}^{b}\int_{y=c}^{d}\int_{z=e}^{f} \rho_v(x,y,z)\,dx\,dy\,dz$$

$$Q = \int_{x=a}^{b}\int_{y=c}^{d}\int_{z=e}^{f} \rho_s(y,z)\,\delta(x)\,dx\,dy\,dz$$

$$= \int_{x=a}^{b} \delta(x)\,dx \int_{y=c}^{d}\int_{z=e}^{f} \rho_s(y,z)\,dy\,dz$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a,b < 0,\ Q = 0 \\ a,b > 0,\ Q = 0 \\ a < 0 < b,\ Q = \displaystyle\int_{y=c}^{d}\int_{z=e}^{f} \rho_s(y,z)\,dy\,dz \end{cases}$$

çünkü $\displaystyle\int_{x=a}^{b} \delta(x)\,dx = \begin{cases} 0, & ab > 0 \\ 1, & a < x < b \end{cases}$ [1]

2) $g(x)\,\delta(x) = g(0)\,\delta(x)$

3) $\displaystyle\int_{a}^{b} \delta(x)\,dx = \begin{cases} 0, & ab > 0 \\ 1, & a < x < b \end{cases}$

[1] Claude notu: muhtemelen $a < 0 < b$ olmalı.

$a \to -\infty,\ b \to x$

$$\int_{-\infty}^{x} \delta(x)\,dx = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ 1, & x > 0 \end{cases} = \upsilon(x) \text{ birim basamak fonksiyonu}$$

$$\boxed{\delta(x) = \frac{\partial \upsilon(x)}{\partial x}}$$

orj. s. 2

$$d\vec{F} = \rho_s\, ds\, \vec{E}_{orta}$$

$$d\vec{F} = \frac{\varepsilon}{2}\frac{b}{a}\left[\frac{V_a - V_b}{b-a}\right]\left(a^2 \sin\theta\, d\phi\, d\theta\right)$$

$$\left[\frac{1}{2}\frac{b}{a}\left(\frac{V_a - V_b}{b-a}\right)\vec{e}_r\right]$$

$$\vec{F} = \int_{\theta=0}^{\pi}\int_{\phi=0}^{2\pi} \frac{\varepsilon}{4} b^2 \left[\frac{V_a - V_b}{b-a}\right]^2 \sin\theta\, d\phi\, d\theta\ \vec{e}_r$$

$$\vec{F} = \varepsilon\pi b^2 \left(\frac{V_a - V_b}{b-a}\right)^2 \vec{e}_r$$

$r = b$ için[2]

$$\vec{E} = \frac{\vec{E}^{+}(b) + \vec{E}^{-}(b)}{2}$$

$$= \frac{1}{2}\left[\frac{bV_b}{b^2} + \frac{ab}{b^2}\left(\frac{V_a - V_b}{b-a}\right)\right]$$

$$= \frac{1}{2}\left[\frac{V_b(b-a) + a(V_a - V_b)}{b(b-a)}\right]$$

$$= \frac{bV_b - 2aV_b + aV_a}{2b(b-a)}\,\vec{e}_r$$

$$\rho_s = \varepsilon \cdot \vec{n} \cdot \vec{E} = \varepsilon\, \vec{e}_r \vec{E}$$

$$\rho_s = \frac{\varepsilon}{2b(b-a)}\left[bV_b - 2aV_b + aV_a\right]$$

$$ds = b^2 \sin\theta\, d\theta\, d\phi$$

$$d\vec{F} = \rho_s\, ds\, \vec{E}$$

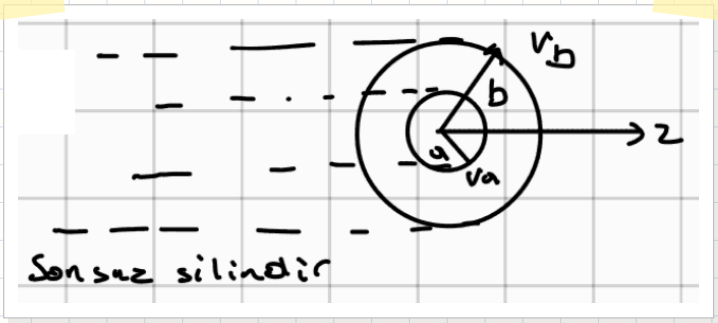
$$= \frac{\varepsilon}{2b(b-a)}\left[bV_b - 2aV_b + aV_a\right]\left(b^2 \sin\theta\, d\theta\, d\phi\right)$$

$$\cdot \left[\frac{bV_b - 2aV_b + aV_a}{2b(b-a)}\right]\vec{e}_r$$

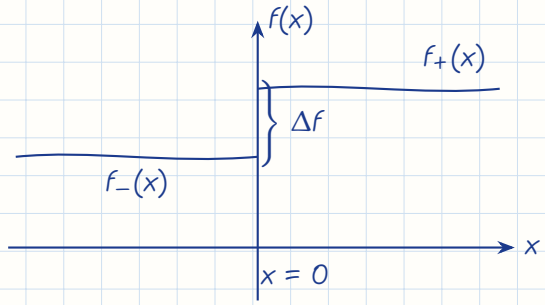
$$\vec{F} = \int_{\theta=0}^{\pi}\int_{\phi=0}^{2\pi} d\vec{F}$$

[2] Claude notu: Orijinalde bu satırlardaki bazı b çarpanları sadeleştirme için çizilmiştir (sayfa 2'nin sol sütununda birkaç yerde).

$$= \varepsilon\pi \left[\frac{bV_b - 2aV_b + aV_a}{b-a}\right]^2 \vec{e}_r$$



2) orijinal çizim, s. 2



4)

$$f(x) = \begin{cases} f_-(x), & x < 0 \\ f_+(x), & x > 0 \end{cases}$$

$x = 0$'da süreksizlik var

$$f(x) = f_+(x)\,u(x) + f_-(x)\,u(-x)$$

$$f'(x) = f'_+(x)\,u(x) + \underbrace{f_+(x)\,\delta(x)}_{f_+(0)\,\delta(x)} + f'_-(x)\,u(-x)$$

$$\underbrace{-f_-(x)\,\delta(x)}_{f_-(0)\,\delta(x)}$$

$$f'(x) = \overbrace{\left[f'_-(x)\,u(-x) + f'_+(x)\,u(x)\right]}^{\{f'(x)\}} + \underbrace{\left[f_+(0) - f_-(0)\right]\delta(x)}_{[|f|]\,\delta(x)}$$

$$f'(x) = \underbrace{\{f'(x)\}}_{\text{Regüler kısım}} + \underbrace{[|f|]\,\delta(x)}_{\text{Tekil (singüler kısım)}}$$

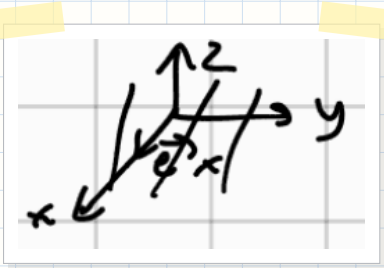
$$\text{grad}\,V = \frac{\partial V}{\partial x}\vec{e}_x + \frac{\partial V}{\partial y}\vec{e}_y + \frac{\partial V}{\partial z}\vec{e}_z$$

$x = 0$'da bir süreksizlik olsun

$$\frac{\partial V}{\partial x} = \left\{\frac{\partial V}{\partial x}\right\} + \left[|V\vec{e}_x|\right]\delta(x)$$

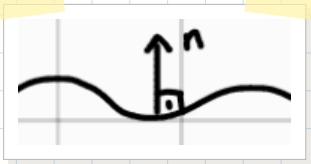
$$\frac{\partial V}{\partial y} = \left\{\frac{\partial V}{\partial y}\right\}$$

$$\frac{\partial V}{\partial z} = \left\{\frac{\partial V}{\partial z}\right\}$$



orijinal çizim, s. 2

V'nin süreksizliği herhangi bir S yüzeyi üzerinde olsaydı



orijinal çizim, s. 2

$$\operatorname{grad} V = \{\operatorname{grad} V\} + [|V\hat{n}|]\,\delta(s)$$

5) $x = 0$'da süreksizliği olan $\vec{E}(x,y,z)$ için

$$\operatorname{div}\vec{E} = \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z}$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial x} = \left\{\frac{\partial E_x}{\partial x}\right\} + [|E_x|]\,\delta(x)$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial y} = \left\{\frac{\partial E_y}{\partial y}\right\}, \qquad \frac{\partial E_z}{\partial z} = \left\{\frac{\partial E_z}{\partial z}\right\}$$

orj. s. 3

$a < \rho < b$

$$V(\rho) = \frac{V_a - V_b}{\ln a - \ln b}\ln\rho - \frac{V_a \ln b - V_b \ln a}{\ln a - \ln b}$$

$\rho < a \quad \vec{E} = 0,\ \vec{E} = -\operatorname{grad} V \Rightarrow V(\rho) = C\ (\rightarrow \text{sabit})$

$\Rightarrow V(\rho) = V_a$

$\rho > b \quad \Delta V = 0$

$$\frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial\rho}\left(\rho\frac{\partial V}{\partial\rho}\right) = 0, \qquad \rho\frac{\partial V}{\partial\rho} = A$$

$$\Rightarrow \frac{\partial V}{\partial\rho} = \frac{A}{\rho} \Rightarrow V(\rho) = A\ln\rho + B$$

$$a < \rho < b \quad \vec{E} = -\operatorname{grad} V = -\frac{V_a - V_b}{\ln a - \ln b}\frac{1}{\rho}\vec{e}_\rho$$

$$\rho < a \quad \vec{E} = 0$$

$$\rho > b \quad \vec{E} = -\operatorname{grad} V = -\frac{\partial}{\partial\rho}(A\ln\rho)\,\vec{e}_\rho$$

$$= -\frac{A}{\rho}\vec{e}_\rho$$

$$\rho = a \quad \vec{E}(a) = \frac{\vec{E}^+(a) + \vec{E}^-(a)}{2}$$

$$= -\frac{1}{2}\,\frac{V_a - V_b}{\ln a - \ln b}\,\frac{1}{a}\,\vec{e}_\rho$$

$d\vec{F} = \rho_s\, ds\, \vec{E}$

$ds = a\, d\phi\, dz$

$\rho_s = \vec{n}\cdot\vec{D} = \vec{n}\cdot\varepsilon\cdot\vec{E}$

$$d\vec{F} = \frac{\varepsilon}{2}\,\frac{V_a - V_b}{\ln a - \ln b}\,\frac{1}{a}\,(a\, d\phi\, dz)\,\frac{1}{2}\,\frac{V_a - V_b}{\ln a - \ln b}\cdot\frac{1}{a}\,\vec{e}_\rho$$

$$\vec{F} = \int_{z=0}^{1}\int_{\phi=0}^{2\pi} \frac{\varepsilon}{4a}\,\frac{(V_a - V_b)^2}{(\ln a - \ln b)^2}\, d\phi\, dz\, \vec{e}_\rho$$

$$= \frac{\varepsilon\pi}{2a}\,\frac{(V_a - V_b)^2}{(\ln a - \ln b)^2}\,\vec{e}_\rho$$

$$\rho = b \quad \vec{E}(b) = \frac{\vec{E}^+(b) + \vec{E}^-(b)}{2}$$

$$= -\frac{1}{2}\left[\frac{A}{b} + \frac{V_a - V_b}{\ln a - \ln b}\,\frac{1}{b}\right]\vec{e}_\rho$$

$$= -\frac{1}{2}\,\frac{A(\ln a - \ln b) + (V_a - V_b)}{b(\ln a - \ln b)}\,\vec{e}_\rho$$

$$ds = b\, d\phi\, dz, \qquad \rho_s = \vec{e}_\rho\cdot\varepsilon\cdot\vec{E}$$

$$= -\frac{\varepsilon}{2}\cdot\frac{A(\ln a - \ln b) + (V_a - V_b)}{b(\ln a - \ln b)}$$

$$d\vec{F} = \frac{\varepsilon}{2}\cdot\frac{A(\ln a - \ln b) + (V_a - V_b)}{b(\ln a - \ln b)}\,(b\, d\phi\, dz)$$

Toplarsak

$$\operatorname{div}\vec{E} = \{\operatorname{div}\vec{E}\} + [|E_x|]\,\delta(x)$$
$$= \{\operatorname{div}\vec{E}\} + [|\vec{E}\,\vec{e}_x|]\,\delta(x)$$

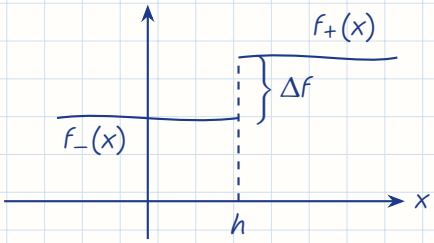
Genel durumda bir S yüzeyinde süreksizlik varsa:

$$\operatorname{div}\vec{E} = \{\operatorname{div}\vec{E}\} + [|\hat{n}\cdot\vec{E}|]\,\delta(s)$$
$$\operatorname{rot}\vec{E} = \{\operatorname{rot}\vec{E}\} + [|\hat{n}\times\vec{E}|]\,\delta(s)$$

6) Süreksizlik $x = 0$ yerine $x = h$'da olursa

$$\delta(x) \to \delta(x-h) \qquad \int_a^b \delta(x-h)\,dx = \begin{cases} 1, & a < h < b \\ 0, & \text{diğer} \end{cases}$$

$$f(x)\,\delta(x-h) = f(h)\,\delta(x-h)$$
$$\frac{\partial u(x-h)}{\partial x} = \delta(x-h)$$



$$f'(x) = \{f'(x)\} + [\underbrace{|f(h+0) - f(h-0)|}_{\Delta f}]\,\delta(x-h)$$

7) Bir C eğrisi S_1 ve S_2 yüzeylerinin arakesiti olsun. C üzerinde bulunan ρ_c [C/m] için hacimsel yük yoğunluğu

$$\rho_v(x,y,z) = \rho_c\,\delta(S_1)\,\delta(S_2)$$

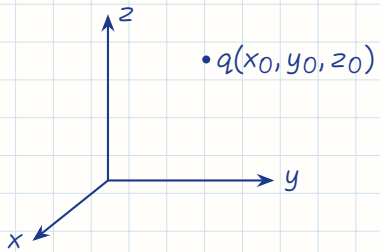
$S_1 : x = a$ da süreksiz ise $\underbrace{\delta(x-a)}_{S_1}\,\underbrace{\delta(y-b)}_{S_2}$

$S_2 : y = b$

* Örneğin z eksenine yerleştirilmiş ρ_c için $\rho_v(x,y,z) = \rho_c\,\delta(x)\,\delta(y)$

8) (x_0, y_0, z_0) noktasında bulunan q noktasal yükü için hacimsel yük yoğunluğu

$$\rho_v = q\,\delta(x-x_0)\,\delta(y-y_0)\,\delta(z-z_0)$$



orj. s. 4

$$\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{A(\ln a - \ln b) + (V_a - V_b)}{b(\ln a - \ln b)}\,\vec{e}_\rho$$

$$\vec{F} = \int_{z=0}^{1}\int_{\phi=0}^{2\pi}\frac{\varepsilon}{4b}\left[\frac{A(\ln a - \ln b) + (V_a - V_b)}{\ln a - \ln b}\right]^2 \vec{e}_\rho\,d\phi\,dz$$

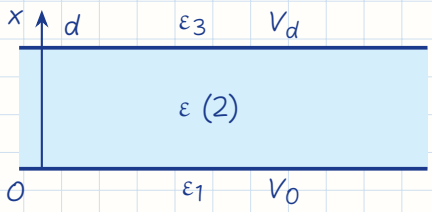
$$= \frac{\varepsilon\pi}{2b}\left[\frac{A(\ln a - \ln b) + (V_a - V_b)}{\ln a - \ln b}\right]^2 \vec{e}_\rho$$

Uygulama 8 – sayfa 43

Örnek Pr.-2

$x = 0$ ve $x = d$ düzlemleri iletken olsunlar ve, sırasıyla V_0 ve V_d potansiyellerine sahip bulunsunlar. Bu düzlemler arasındaki bölge, permitivitesi ε olan bir madde ile dolu olsun ve kaynakları içermesin. Bu bölge içinde potansiyel fonksiyonunu ve iletkenlerin üzerinde, birim alanda toplanan yükleri bulunuz. $x = d$ düzleminde birim alanda toplanan yük Q_d ile gösterildiği takdirde, $C = Q_d/(V_d - V_0)$ ı hesaplayınız (aşağıdaki şekle bak).

a)



O zaman Ara bölgede:

$$\Delta V = 0 \rightarrow \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} = 0 \rightarrow V(x) = Ax + B$$

$$x = 0 \Rightarrow V(0) = V_0 = B$$
$$x = d \Rightarrow V(d) = V_d = Ad + V_0$$
$$A = \frac{V_d - V_0}{d}$$
$$\Rightarrow V(x) = \frac{V_d - V_0}{d} x + V_0$$

$$\vec{E} = -\text{grad}\, V = -\frac{V_d - V_0}{d} \vec{e}_x$$

$x = d$ düzleminde

$$\varepsilon_3 E_n^{(3)} - \varepsilon E_n^{(2)} = \rho_{s,d}$$

düzlemler iletken olduğundan kapattığı bölgenin içinde olan elektrik alanı dışarıya geçirmez.[3]

$$\rho_{s,d} = -\varepsilon \left(-\frac{V_d - V_0}{d} \right)$$
$$= \frac{\varepsilon (V_d - V_0)}{d}$$

$$Q_d = \int_S \rho_{s,d}\, ds = \frac{\varepsilon}{d} (V_d - V_0)$$

$$C = \frac{Q_d}{V_d - V_0} = \frac{\varepsilon}{d}$$

$x = 0$ düzleminde

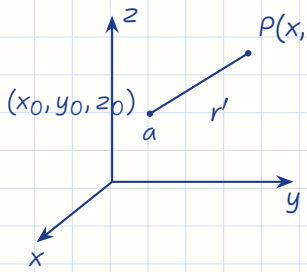
$$\varepsilon E_n^{(2)} - \varepsilon_1 E_n^{(1)} = \rho_{s,0} \Rightarrow \rho_{s,0} = -\frac{\varepsilon}{d}(V_d - V_0)$$
$$= Q_0$$

S41 Pr1

$$\Delta \left(\frac{1}{r'} \right) = -4\pi \delta(x - x_0)\, \delta(y - y_0)\, \delta(z - z_0)$$

olduğunu gösteriniz

[3] Claude notu: Orijinalde $\varepsilon_3 E_n^{(3)}$ terimi turuncu kalemle çizilmiş ve yanına turuncu bir daire (0) konmuştur; kırmızı not bu terimi açıklıyor.



$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r'}$$

$\Delta V = -\frac{\rho}{\varepsilon_0}$ Poisson (hacim içinde yük varsa)

$$\rho_v = q\,\delta(x-x_0)\,\delta(y-y_0)\,\delta(z-z_0)$$

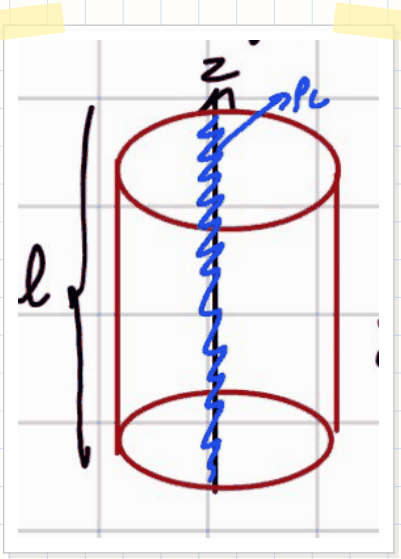
$$\Delta\underbrace{\left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r'}\right)}_{V} = \frac{-q\,\delta(x-x_0)\,\delta(y-y_0)\,\delta(z-z_0)}{\varepsilon_0}$$

$$\frac{1}{4\pi}\Delta\left(\frac{1}{r'}\right) = -\delta(x-x_0)\,\delta(y-y_0)\,\delta(z-z_0)$$

$$\Delta\left(\frac{1}{r'}\right) = -4\pi\,\delta(x-x_0)\,\delta(y-y_0)\,\delta(z-z_0)$$

Silindirik koordinatlarda olursa silindirik koordinatlardaki uzunluk $\rho^2 = (x-x_0)^2 + (y-y_0)^2$ olmak üzere

$$\Delta\left(\ln\left(\frac{1}{\rho}\right)\right) = -2\pi\,\delta(x-x_0)\,\delta(y-y_0)$$



orijinal çizim, s. 4

$$\int_S \varepsilon_0 \vec{E}\,d\vec{S} = l\rho_c$$

$$\vec{E} = E_\rho(\rho)\,\vec{e}_\rho \qquad d\vec{s} = \rho\, d\phi\, dz\, \vec{e}_\rho$$

$$\int_{z=0}^{l}\int_{\phi=0}^{2\pi} \varepsilon_0 E_\rho(\rho)\,\rho\, d\phi\, dz = l\rho_c$$

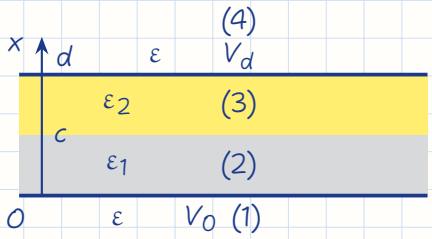
$$2\pi l\,\varepsilon_0 \rho\, E_\rho(\rho) = l\rho_c$$

$$\vec{E}_\rho(\rho) = \frac{\rho_c}{2\pi\varepsilon_0\rho} \Rightarrow \vec{E} = \frac{\rho_c}{2\pi\varepsilon_0\rho}\vec{e}_\rho$$

$$\vec{E} = -\text{grad}\,V \Rightarrow \frac{\rho_c}{2\pi\varepsilon_0\rho} = -\frac{\partial V}{\partial \rho} \Rightarrow V = \frac{\rho_c}{2\pi\varepsilon_0}\ln\left(\frac{1}{\rho}\right) + V_0$$

$$\Delta V = -\frac{\rho_v}{\varepsilon_0} \quad \text{ve} \quad \rho_v = \rho_c\,\delta(x-x_0)\,\delta(y-y_0)$$

orj. s. 5



Ara bölgede $\Delta V = 0$

$$V(x) = \begin{cases} Ax + B, & 0 < x < c \\ Dx + F, & c < x < d \end{cases}$$

$x = 0$'da $\quad V(0) = V_0 = B$

$x = d$'de $\quad V(d) = V_d = Dd + F$

$$F = V_d - Dd$$

$x = c$ noktasında $V^{(2)}(c) = V^{(3)}(c)$

$$Ac + V_0 = Dc + F$$

$$Ac + V_0 = \underline{Dc} + V_d - \underline{Dd}$$

$$\boxed{Ac + V_0 = D(c-d) + V_d}$$

$x = c$ de

$$\varepsilon_2 E_n^{(3)} - \varepsilon_1 E_n^{(2)} = 0 \quad (\rightarrow \text{ yük yok})$$

$$\varepsilon_1 \frac{\partial V^{(2)}}{\partial x} - \varepsilon_2 \frac{\partial V^{(3)}}{\partial x} = 0$$

$$\boxed{\varepsilon_1 A = \varepsilon_2 D \Rightarrow D = A\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}}$$

$$Ac + V_0 = A\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}(c-d) + V_d$$

$$A = \frac{\varepsilon_2(V_d - V_0)}{\varepsilon_1 d + c(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)}$$

$$D = \frac{\varepsilon_1(V_d - V_0)}{\varepsilon_1 d + c(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)}$$

$$F = V_d - Dd = \frac{cV_d(\varepsilon_2 - \varepsilon_1) + \varepsilon_1 d V_0}{\varepsilon_1 d + c(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)}$$

$$V(x) = \begin{cases} \dfrac{\varepsilon_2(V_d - V_0)}{\varepsilon_1 d + c(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)} x + V_0, & 0 < x < c \\ \dfrac{\varepsilon_1(V_d - V_0)}{\varepsilon_1 d + c(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)} x + \dfrac{cV_d(\varepsilon_2 - \varepsilon_1) + \varepsilon_1 d V_0}{\varepsilon_1 d + c(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)}, & c < x < d \end{cases}$$

$$\Delta\left(\frac{\rho_c}{2\pi\varepsilon_0} \ln\left(\frac{1}{\rho}\right)\right) + \Delta V_0 = \frac{-\rho_c}{\varepsilon_0} \delta(x - x_0)\delta(y - y_0)$$

$$\frac{\rho_c}{2\pi\varepsilon_0} \Delta\left(\ln(1/\rho)\right) = \frac{-\rho_c}{\varepsilon_0}$$

$$\Delta\left(\ln(1/\rho)\right) = -2\pi\delta(x - x_0)\delta(y - y_0)$$

Ders 10

$$V = \begin{cases} V_1(x,y,z); & x > a \\ V_2(x,y,z) & x < a \end{cases}$$

$$\Rightarrow \operatorname{grad} V = \underbrace{\{\operatorname{grad} V\}}_{\Rightarrow \begin{cases} \operatorname{grad} V_1; & x > a \\ \operatorname{grad} V_2; & x < a \end{cases}} + \vec{e}_x \underbrace{[V_1 - V_2]\Big|_{x=a}}_{\Delta V|_{x=0}} \delta(x - a)$$

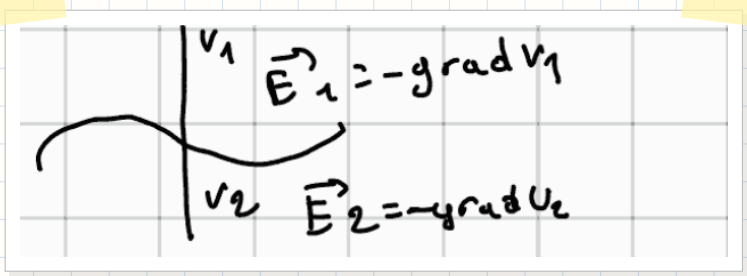
[4]

$$\vec{D} = \begin{cases} \vec{D}_1, & x > a \\ \vec{D}_2, & x < a \end{cases}$$

$$\Rightarrow \operatorname{div} \vec{D} = \begin{cases} \operatorname{div} \vec{D}_1; & x > a \\ \operatorname{div} \vec{D}_2; & x < a \end{cases} + \vec{e}_x(\vec{D}_1 - \vec{D}_2)\Big|_{x=a} \delta(x - a)$$

$$\vec{E} = \begin{cases} \vec{E}_1, & x > a \\ \vec{E}_2, & x < a \end{cases} \Rightarrow \operatorname{rot} \vec{E} = \begin{cases} \operatorname{rot} \vec{E}_1; & x > a \\ \operatorname{rot} \vec{E}_2; & x < a \end{cases}$$

çünkü $\vec{e}_x \times \vec{e}_x = 0$



orijinal çizim, s. 5

[4] Claude notu: muhtemelen $x = a$ olmalı.

$$\vec{E} = -\operatorname{grad} V = \begin{cases} \vec{E}_1, & x > a \\ \vec{E}_2, & x < a \end{cases} + \vec{n}\,[V_1 - V_2]\Big|_S \delta(s)$$

$$\vec{D}_1 = \varepsilon_1 \vec{E}_1$$
$$\vec{D}_2 = \varepsilon_2 \vec{E}_2$$

$$\vec{D} = \begin{cases} \vec{D}_1;\ \text{üst}\ (S^+)^5 \\ \vec{D}_2;\ \text{alt}\ (S^-) \end{cases}$$

$$\operatorname{div}\vec{D} = \left\{ \begin{matrix} \operatorname{div}\vec{D}_1\ \text{üst}\ (S^+) \\ \operatorname{div}\vec{D}_2\ \text{alt}\ (S^-) \end{matrix} \right\} + \underbrace{\vec{n}\,(\vec{D}_1 - \vec{D}_2)\Big|_S \delta(s)}_{\rho_s}$$

$$\Rightarrow \rho = \left\{ \begin{matrix} \rho_1 \\ \rho_2 \end{matrix} \right\} + \rho_s\,\delta(s)$$

orj. s. 6

$$\vec{E}(x) = \begin{cases} -\dfrac{\varepsilon_2(V_d - V_0)}{\varepsilon_1 d + c(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)}\,\vec{e}_x, & 0 < x < c \\ -\dfrac{\varepsilon_1(V_d - V_0)}{\varepsilon_1 d + c(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)}\,\vec{e}_x, & c < x < d \end{cases}$$

$$x = 0\ \text{da}\quad \rho_{s,0} = \varepsilon_1 E_n^{(2)} - \varepsilon E_n^{(1)}{}^6$$
$$= -\frac{\varepsilon_1 \varepsilon_2 (V_d - V_0)}{\varepsilon_1 d + c(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)}$$

$$x = d\ \text{'da}\quad \rho_{s,d} = \varepsilon E_n^{(4)} - \varepsilon_2 E_n^{(3)}$$
$$\rho_{s,d} = \frac{\varepsilon_1 \varepsilon_2 (V_d - V_0)}{\varepsilon_1 d + c(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)}$$

S44 Pr5

Örnek Pr.-5

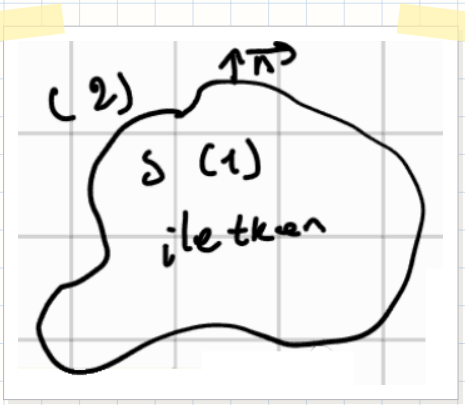
Regüler bir S yüzeyi tarafından kuşatılmış bir iletken cismin dışında V potansiyel fonksiyonu biliniyor olsun. Cismin dışındaki ortam değişik dielektrik malzemelerle dolu ise, S üzerinde toplanan yükün

$$Q = -\int_S \varepsilon \frac{\partial V}{\partial n}\, dS$$

ile bulunabileceğini gösteriniz. Burada **n**, S in dışına yönelmiş normal, ε ise dış ortamın dielektrik sabitidir.

[5] Claude notu: Orijinalde "üst/alt (S)" yanındaki işaret net okunmuyor; S^+ / S^- olarak okundu.

[6] Claude notu: Orijinalde bu sayfada $\varepsilon E_n^{(1)}$ ve $\varepsilon E_n^{(4)}$ terimleri kırmızı kalemle çizilmiş ve yanlarına kırmızı bir daire (0) konmuştur.



orijinal çizim, s. 6

$\varepsilon E_n^{(2)} - \varepsilon E_n^{(1)} = \rho_s$ iletkenlerin sadece yüzeyinde yük birikir

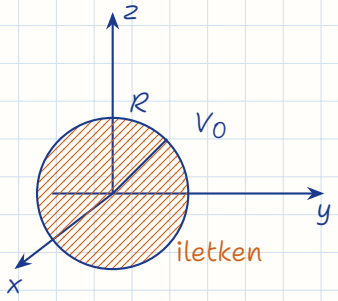
$$\rho_s = \varepsilon E_n^{(2)} \Rightarrow \rho_s = -\varepsilon \frac{\partial V}{\partial n}$$

$$Q = \int_S \rho_s \, ds = -\int_S \varepsilon \frac{\partial V}{\partial n} \, ds$$

S.44 Pr6

Örnek Pr.-6

R yarıçaplı iletken küre üzerinde potansiyel V_0 dır. Küre üzerindeki Q yükünü ve $C = Q/V_0$ ı hesaplayınız.



küre iletken olduğu için içinde yük birikmez, içerde $\Delta V = 0$

$$\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2 \frac{\partial V}{\partial r}\right) = 0$$

$$\Rightarrow V(r) = \frac{A}{r} + B$$

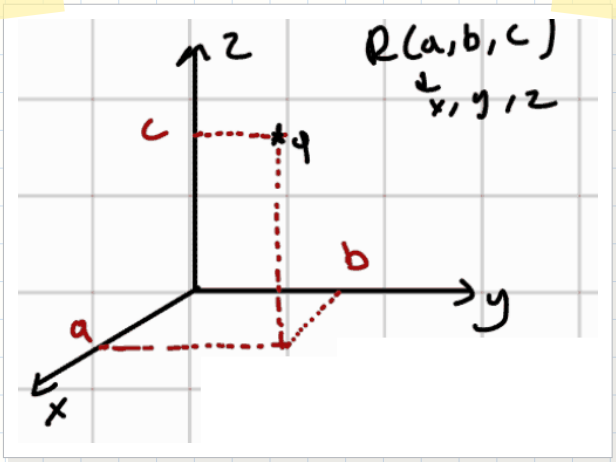
$$r \to \infty,\ V(r) \to 0 \Rightarrow B = 0$$

$$r = R,\ V(R) = V_0 \Rightarrow \frac{A}{R} = V_0 \to A = V_0 \cdot R$$

$$V(r) = \frac{V_0 R}{r}$$

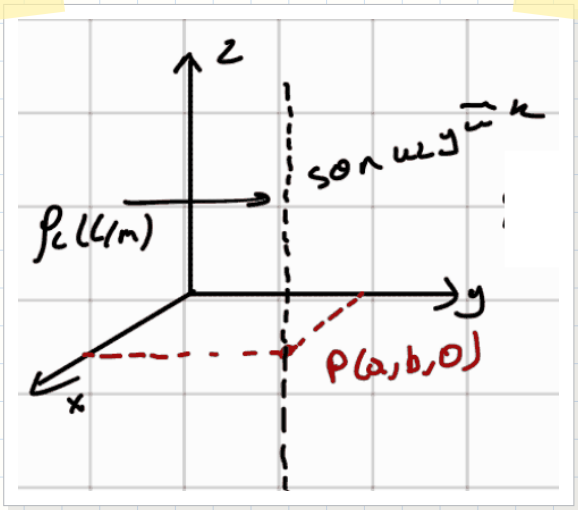
$$ds = r^2 \sin\theta \, d\theta \, d\phi$$

$$Q = -\int_S \varepsilon \frac{\partial V}{\partial n} ds$$



orijinal çizim, s. 6

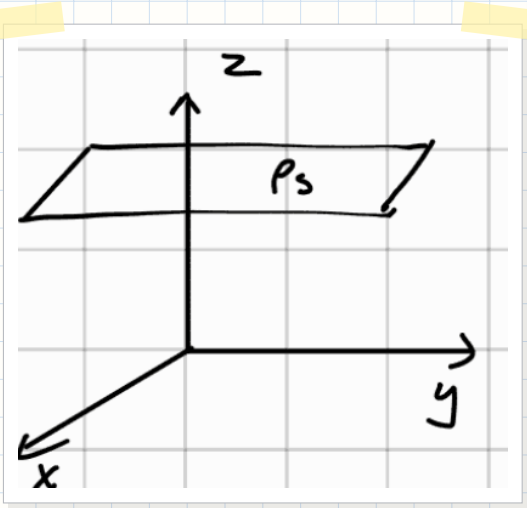
$$\rho = q \underset{1/m}{\delta}(x-a) \underset{1/m}{\delta}(y-b) \underset{1/m}{\delta}(z-c) \quad \left[C/m^2\right] \text{ [7]}$$



orijinal çizim, s. 6

$$\rho = \rho_c \, \delta(x-a) \, \delta(y-b)$$

[7] Claude notu: Üç δ çarpımı $1/m^3$ verdiğinden muhtemelen C/m^3 olmalı.



orijinal çizim, s. 6

$$\rho = \rho_s\,\delta(z-a) \quad (C/m^3)$$

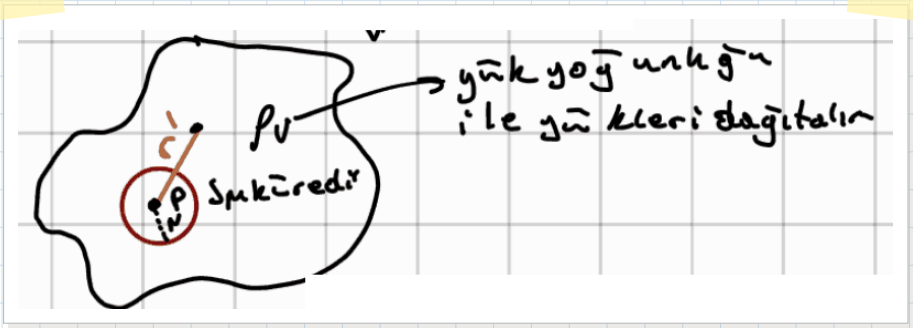
yük dağılımı sonlu ise sadece o bölgede geçerli olur.

Ders 11 – Yüzeysel yüke etki eden kuvvet

$q_1 \dots q_n$ tane yük olsun

q_1 yüküne etki eden kuvvet

$$\vec{F}_1 = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon}\sum_{i=2}^{n} q_i \frac{\vec{r}_i}{r_i^3}$$



orijinal çizim, s. 6

P noktasına etki eden kuvveti hesaplayalım. S_μ küresi dışında bulunan bütün yükleri içerdeki birim yüke etki kuvvet Elektrik Alan. Bu kuvvet hesaplayıp $\mu \to 0$'a götürülürse P noktasındaki elektrik alanı buluruz.

orj. s. 7

$$= \int_{\theta=0}^{\pi}\int_{\phi=0}^{2\pi} \varepsilon \frac{V_0 R}{r} \underbrace{r^2 \sin\theta\, d\theta\, d\phi}_{ds}$$ [8]

$$Q = 4\pi\varepsilon V_0 R$$

[8] Claude notu: Muhtemelen paydada r^2 olmalı (sonuçtaki $Q = 4\pi\varepsilon V_0 R$ ile uyumlu).

$$C = \frac{Q}{V_0} = 4\pi\varepsilon R$$

Örnek Pr.-7

Boşlukta bulunan, R yarıçaplı, sonsuz uzun iletken bir silindir, yüklenerek, $\rho = 1$ yüzeyi üzerindeki noktalara göre V_0 potansiyeline çıkarılmıştır. Silindirin birim uzunluktaki parçası üzerinde toplanan Q yükünü ve $C = Q/V_0$ ı hesaplayınız.

> *Şekil:* Basılı şekil: yatay çizgilerle gösterilmiş sonsuz uzun silindir, ucunda yarıçapı R olan elips; z ekseni sağa doğru. El yazısıyla eklenenler: kesikli elips üzerinde "$\rho = 1$" ve ok ile "$V = V_0$"; silindir yüzeyi için ok ile "$V = V_R$"; altında "V_R". *(orijinal notta, s. 7)*

$\rho > R$

$$\Delta V = 0 \qquad V(\rho) = A \ln\rho + B$$

$$\rho = 1, \quad V_0 = A \ln 1 + B \Rightarrow B = V_0$$

$$\rho = R, \quad V_R = A \ln R + V_0 \Rightarrow A = \frac{V_R - V_0}{\ln R}$$

$$V(\rho) = \frac{\ln(\rho)}{\ln R}(V_R - V_0) + V_0$$

$$Q = -\int_S \varepsilon \frac{\partial V}{\partial n} ds = -\varepsilon \int_{z=0}^{1} \int_{\phi=0}^{2\pi} \frac{V_R - V_0}{\rho \ln R} \rho \, d\phi \, dz$$

$$Q = -2\pi\varepsilon \frac{V_R - V_0}{\ln R} \Rightarrow C = \frac{Q}{V_0} = \frac{-2\pi\varepsilon (V_R - V_0)}{V_0 \ln R}$$

Örnek Pr.-8

Q yükünü taşıyan a yarıçaplı çok küçük bir iletken küre, şekilde gösterildiği gibi, bir küresel oyuğun içine yerleştirilmiştir. Oyuğun çeperini oluşturan malzeme iletkendir ve önceden elektrikle yüklenmiş değildir.

a) Oyuk içinde yaratılan alanı bulunuz.
b) Küresel kabuğun iç ve dış yüzeylerinde toplanan elektrik yüklerini hesaplayınız.
c) Kabuğun dışında yaratılan alanı yazınız.
d) Küçük küre kabuğun iç çeperine yaklaştırılıp dokunduruluyor ve oyuktan çıkarılıyor. Meydana gelen olayları anlatınız.
e) Küçük küre yeniden Q yükü ile yüklenip oyuğa sokulsa, yukarıda a, b, c, d de sözü edilen sonuçlar nasıl değişir?

> *Şekil:* Basılı şekil: kırmızı kalın halka (küresel kabuk), iç yarıçap b ve dış yarıçap c oklarla gösterilmiş; oyuğun içinde, üstten ince bir çubukla tutulan küçük kırmızı küre. El yazısıyla oyuğun içi "(1)" ve kabuğun dışı "(2)" olarak numaralanmış. *(orijinal notta, s. 7)*

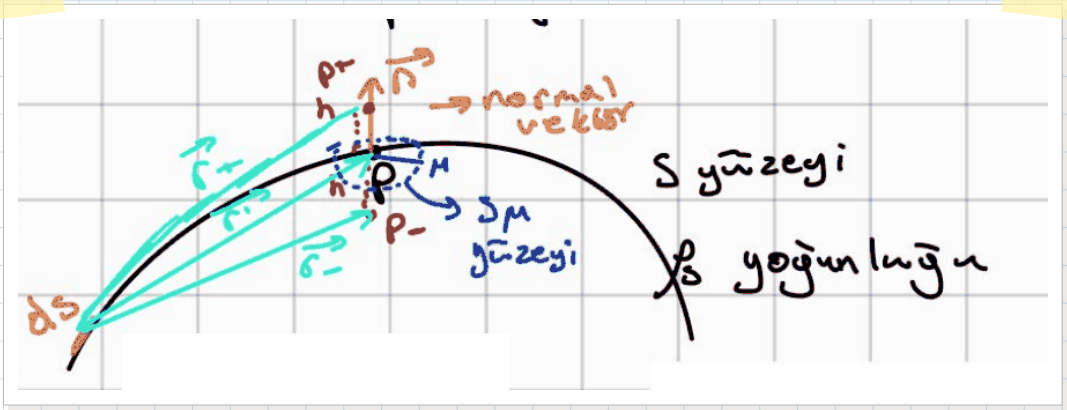
$$\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{s} = Q$$

$$\int_{\theta=0}^{\pi}\int_{\phi=0}^{2\pi} \varepsilon E_r r^2 \sin\theta \, d\phi \, d\theta = Q$$

$$E_r = \frac{Q}{4\pi\varepsilon r^2} \Rightarrow \vec{E} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon r^2}\vec{e}_r$$

$$\vec{E}(P) = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\lim_{\mu\to 0}\int_{V-V_\mu} \rho_v \frac{\vec{r}'}{r'^3}\, dV$$

Şimdi yüklerin bir regüle S yüzeyi üzerine ρ_s yoğunluğu ile dağılmış bulunduklarını düşünelim ve S in üzerindeki bir P noktasında birim yüke etki eden $\vec{E}(P)$ kuvvetini hesaplamaya çalışalım.



orijinal çizim, s. 7

> **Şekil:** "S_μ nedir": turuncu bir silindir S yüzeyini (eğri çizgi, "S yüzeyi") kesiyor; kesişimdeki kırmızı taralı bölge S_μ. Sağda aynı durumu gösteren küçük basılı şekil: n ekseni üzerinde P_+, P, P_-; S_μ (kesikli elips), r_+, r', r_-, dS, S.
> *(orijinal notta, s. 7)*

P noktası üzerindeki elektrik alanı bulalım.

$$\vec{E}(P) = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\lim_{\mu\to 0}\int_{S-S_\mu} \rho_s \frac{\vec{r}'}{r'^3}\, ds$$

Daha basit bir yol bulmaya çalışalım

$$\vec{E}(P_+) = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\int_S \rho_s \frac{\vec{r}_+}{r_+^3}\, ds + \overbrace{\frac{1}{4\pi\varepsilon}\int_{S_\mu} \rho_s \frac{\vec{r}_+}{r_+^3}\, ds}^{e(h,\mu)\,\hat{n}}$$

$$\vec{E}(P_-) = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\int_S \rho_s \frac{\vec{r}_-}{r_-^3}\, ds + \underbrace{\frac{1}{4\pi\varepsilon}\int_{S_\mu} \rho_s \frac{\vec{r}_-}{r_-^3}\, ds}_{-e(h,\mu)\,\hat{n}}$$

(h'yi 0'a götürsek)

$$\lim_{P_+ \to P} \vec{E}(P_+) = \vec{E}(P) + e(0,\mu)\,\hat{n}$$
$$\lim_{P_- \to P} \vec{E}(P_-) = \vec{E}(P) - e(0,\mu)\,\hat{n}$$
$$\vec{E}^+(P) = \vec{E}(P) + e(0,\mu)\,\hat{n}$$
$$\vec{E}^-(P) = \vec{E}(P) - e(0,\mu)\,\hat{n}$$

$\mu \to 0$'a götürürsek

$$\vec{E}^+(P) = \vec{E}(P) + e(0)\,\hat{n}$$
$$+\ \vec{E}^-(P) = \vec{E}(P) - e(0)\,\hat{n}$$
$$\vec{E}(P) = \frac{1}{2}\left[\vec{E}^+(P) + \vec{E}^-(P)\right]$$

$\Rightarrow$ Herhangi bir $\rho_s\,ds$ yüzeysel yüküne etki eden kuvveti $d\vec{F} = \frac{1}{2}\rho_s\,ds\left[\vec{E}^+ + \vec{E}^-\right]$

orj. s. 8

b) kabuğun iç ve dış yüzeylerinde biriken yükler nedir?

kabuk ileten malzemeden yapıldığı için $\vec{E} = 0,\ r \in (b,c)$

$r = b \quad \rho_{s,b} = \varepsilon_2 \overset{0}{E_n^{(2)}} - \varepsilon E_n^{(1)}$

$$\rho_{s,b} = \frac{-\varepsilon Q}{4\pi\varepsilon b^2} = \frac{-Q}{4\pi b^2}$$

$$Q_b = \int_{\theta=0}^{\pi}\int_{\phi=0}^{2\pi} \frac{-Q}{4\pi b^2}\, b^2 \sin\theta\, d\phi\, d\theta$$

$$Q_b = -Q$$

kabuk nötr olduğundan dış yüzeyde $Q_c = -Q_b = Q$ kadar yük toplanır

c) $r > c$ iken

$$\oint_S \vec{D}\cdot d\vec{S} = Q + Q_b + Q_c = Q$$

$$\Rightarrow \vec{E} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon r^2}\,\vec{e}_r$$

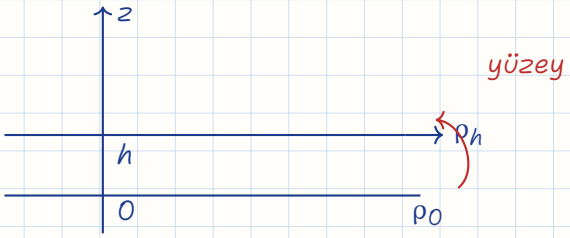
d) küçük küre konum değiştirirse Q_b'nin dağılımı düzgün olmaktan çıkar, fakat toplam değeri asla değişmez. Tersine küçük küredeki Q yükü Q_b'yi nötralize eder, sadece Q_c kalır ve düzgün yayılmıştır.

$r < c$ için $\vec{E} = 0$ olur

$r > c$ için $\vec{E}$ eskisi gibidir

> *Şekil:* Bu sayfa basılı materyal içeriyor (sol altta Uygulama 7'nin basılı çözüm metni, sağ üstte Pr.-1 problem metni); dijitalleştirilmedi.
> *(orijinal notta, s. 8)*

Sayfa 55 problem 1



sadece ρ_h'nin etkisi var diyelim

a) $\vec{E}(0) = \frac{-\rho_h}{2\varepsilon}\vec{e}_z$ $\vec{E}(h) = \frac{+\rho_0}{2\varepsilon}\vec{e}_z$

b) $z > h$:

$$\vec{E} = \frac{(\rho_0 + \rho_h)\vec{e}_z}{2\varepsilon}$$

$0 < z < h$:

$$\vec{E} = \frac{(\rho_0 - \rho_h)\vec{e}_z}{2\varepsilon}$$

$z < 0$

$$\vec{E} = \frac{-(\rho_0 + \rho_h)\vec{e}_z}{2\varepsilon}$$

c) $z = 0$:

$$\vec{E}(0) = \frac{1}{2}\left[\vec{E}^+(0) + \vec{E}^-(0)\right]$$
$$= \frac{1}{2}\left[\frac{(\rho_0 - \rho_h) - \rho_0 - \rho_h}{2\varepsilon}\right]\vec{e}_z = \frac{-\rho_h}{2\varepsilon}\vec{e}_z$$

$z = h$:

$$\vec{E}(h) = \frac{1}{2}\left[\vec{E}^+(h) + \vec{E}^-(h)\right]$$
$$\vec{E}(h) = \frac{1}{2}\left[\frac{\rho_0 + \rho_h + \rho_0 - \rho_h}{2\varepsilon}\right]\vec{e}_z = \frac{\rho_0}{2\varepsilon}\vec{e}_z$$

d) $z = 0$ düzleminde S alan parçasına etki eden kuvvet

$$d\vec{F} = \rho_0\, dS\, \frac{\left[\vec{E}^+(0) + \vec{E}^-(0)\right]}{2}$$

$$\vec{F} = \frac{-\rho_0\rho_h S}{2\varepsilon}\vec{e}_z$$

e) $\rho_h = \rho_0 \Rightarrow \vec{F} = \frac{-\rho_0^2}{2\varepsilon}\vec{e}_z$

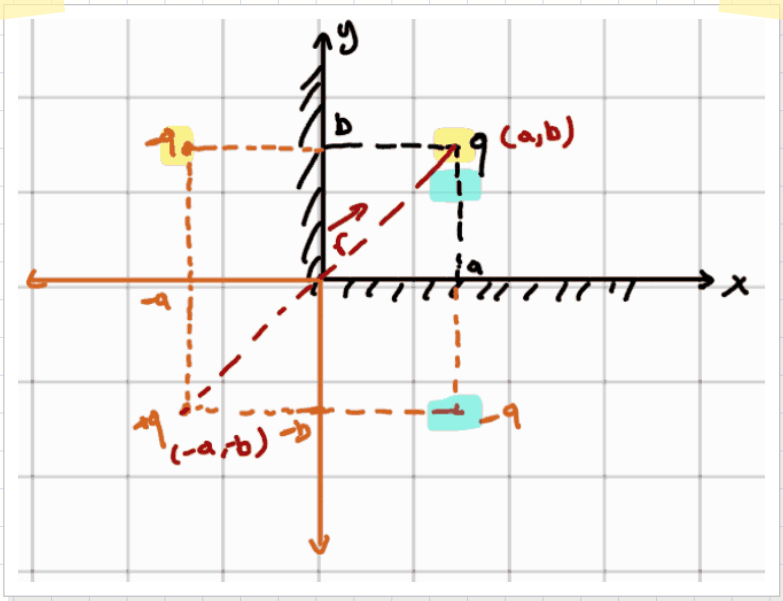
$\rho_h = -\rho_0 \Rightarrow \vec{F} = \frac{\rho_0^2}{2\varepsilon}\vec{e}_z$

orj. s. 9

Uygulama 9 – Görüntü Teorisi

sayfa 57

> **Şekil:** Bu sayfa basılı materyal içeriyor (sol sütunda Pr.-6, Pr.-5 ve Pr.-7 problem metinleri ve küçük şekiller); dijitalleştirilmedi.
> *(orijinal notta, s. 9)*



orijinal çizim, s. 9

$$\vec{F} = \frac{q^2}{4\pi\varepsilon(2a)^2}(-\vec{e}_x) + \frac{q^2}{4\pi\varepsilon(2b)^2}(-\vec{e}_y) + \frac{q^2}{4\pi\varepsilon|\vec{r}|^2}\vec{e}_r$$

$$|\vec{r}| = 2\sqrt{a^2+b^2}$$

$$\vec{e}_r = \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|} = \frac{2a\,\vec{e}_x + 2b\,\vec{e}_y}{2\sqrt{a^2+b^2}} = \frac{a\,\vec{e}_x + b\,\vec{e}_y}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

$$\Rightarrow \vec{F} = \frac{q^2}{16\pi\varepsilon}\left[\vec{e}_x\left(-\frac{1}{a^2} + \frac{a}{(a^2+b^2)^{3/2}}\right) + \vec{e}_y\left(-\frac{1}{b^2} + \frac{b}{(a^2+b^2)^{3/2}}\right)\right]$$

sayfa 57

Ders 12

2.5.2 Dipol Dağılımları

$$\int_{-\infty}^{\infty} \underbrace{f(x)}_{u}\,\underbrace{\delta'(x-x_0)}_{v'}\,dx$$

$$= f(x)\,\delta(x-x_0)\Big|_{x=-\infty}^{+\infty} - \int_{-\infty}^{\infty} \underbrace{f'(x)\,\delta(x-x_0)}_{f'(x_0)\,\delta(x-x_0)}\,dx$$

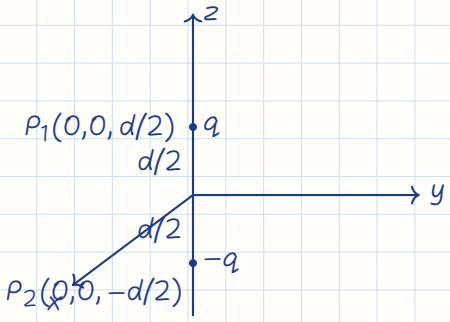
$$= f(x_0)\Big[\underbrace{\lim_{x\to\infty}\delta(x-x_0)}_{0} - \underbrace{\lim_{x\to-\infty}\delta(x-x_0)}_{0}\Big] - f'(x_0)\cdot 1$$

$$= -f'(x_0)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\,\delta^{(n)}(x-x_0)\,dx = (-1)^n f^{(n)}(x_0)$$

$$\langle \delta^{(n)}(x-x_0), f(x)\rangle = (-1)^n f^{(n)}(x_0)$$

$$\delta'(x-x_0) = \lim_{\Delta\to 0}\frac{\delta(x-x_0+\Delta)-\delta(x-x_0)}{\Delta}$$



$p = q\cdot d$ sabit

$$\rho = q\,\delta(x)\delta(y)\delta(z-d/2) - q\,\delta(x)\delta(y)\delta(z+d/2)$$

$$= q\,\delta(x)\delta(y)\left[\frac{\delta(z-d/2)-\delta(z+d/2)}{d}\right]d$$

$$= -qd\,\delta(x)\delta(y)\left[\frac{\delta(z+d/2)-\delta(\overbrace{z-d/2}^{z'})}{d}\right]$$

$$= -p\,\delta(x)\delta(y)\left[\frac{\delta(z'+d)-\delta(z')}{d}\right]$$

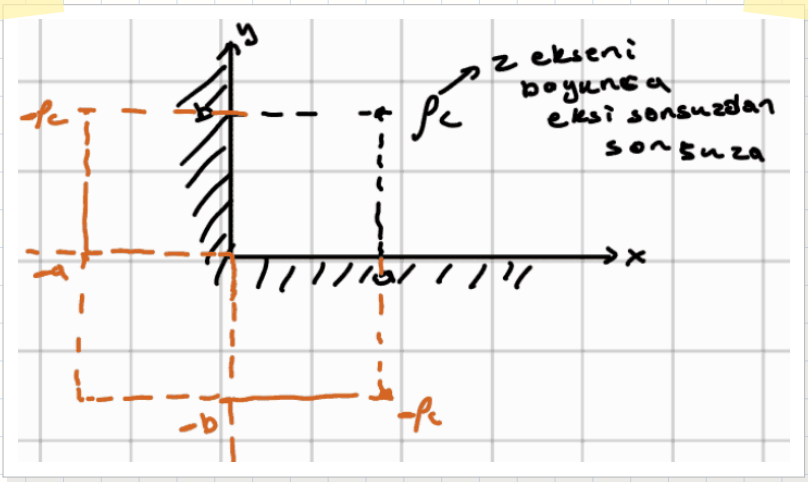
$$\rho_{dipol} = \lim_{\substack{d\to 0\\ q\to\infty}}\rho = \lim_{\substack{d\to 0\\ q\to\infty}}(-p)\,\delta(x)\delta(y)\left[\frac{\delta(z'+d)-\delta(z')}{d}\right]$$

$$= -\delta(x)\delta(y)\lim_{\substack{d\to 0\\ q\to\infty}} p \lim_{\substack{d\to 0\\ q\to\infty}}\left[\frac{\delta(z'+d)-\delta(z')}{d}\right]$$

$$= -\delta(x)\delta(y)\,p\,\delta'(z')$$

$$\rho_{dipol} = -p\,\delta(x)\delta(y)\,\delta'(z-d/2)$$

orj. s. 10



orijinal çizim, s. 10

Sonsuz uzun çizgisel yük dağılımı için $\vec{E} = \frac{\rho_c}{2\pi\varepsilon\rho}\vec{e}_\rho$

$$\vec{E} = \frac{-\rho_c}{2\pi\varepsilon\, 2a}\vec{e}_x - \frac{\rho_c}{2\pi\varepsilon\, 2b}\vec{e}_y + \frac{\rho_c}{2\pi\varepsilon\, 2\sqrt{a^2+b^2}}\left(\frac{a\vec{e}_x + b\vec{e}_y}{\sqrt{a^2+b^2}}\right)$$

$$\vec{E} = \frac{-\rho_c}{4\pi\varepsilon(a^2+b^2)}\left[\vec{e}_x\frac{b^2}{a} + \vec{e}_y\frac{a^2}{b}\right]$$

$$\vec{F} = \int_{z=0}^{z=1}\rho_c\vec{E}\,dz = \rho_c\vec{E} = \frac{-\rho_c^2}{4\pi\varepsilon(a^2+b^2)}\left[\vec{e}_x\frac{b^2}{a} + \vec{e}_y\frac{a^2}{b}\right]$$

Şekil: Bu sayfa basılı materyal içeriyor (sol altta Pr.-8 problem metni, şekil ve $V(M)$ formülü); dijitalleştirilmedi. Şekle elle eklenenler: M_0 yanında (a, b, c) ve M_1 yanında *görüntü* oku. *(orijinal notta, s. 10)*

1) Denk problem çözülmeden sınır değerleri yazalım

$z > 0 \quad \Delta V = \frac{-\rho_v}{\varepsilon_1} = \frac{-q}{\varepsilon_1}\delta(x-a)\delta(y-b)\delta(z-c)$

$z < 0 \quad \Delta V = 0$

$z = 0$ sınır problemleri

$$V_1 = V_2$$
$$\vec{n}\cdot\vec{D}_1 = \vec{n}\cdot\vec{D}_2$$
$$\vec{e}_z\cdot\vec{D}_1 = \vec{e}_z\vec{D}_2$$

$d \to 0$'a gidiyordu

$$\star\ \rho_{z\,\text{dipol}} = -p\,\delta(x)\delta(y)\delta'(z)$$
$$\rho_{y\,\text{dipol}} = -p\,\delta(x)\delta'(y)\delta(z)$$
$$\rho_{x\,\text{dipol}} = -p\,\delta'(x)\delta(y)\delta(z)$$
$$\rho_{\text{dipol}} = -\operatorname{div}\vec{p}$$
$$= -\operatorname{div}\left[\vec{p}\,\delta(x-x_0)\delta(y-y_0)\delta(z-z_0)\right]$$

örnek $\vec{p} = p\,\vec{e}_z$

$$= -\operatorname{div}\left[p\vec{n}\,\delta(x-x_0)\delta(y-y_0)\delta(z-z_0)\right]$$

$$\boxed{\operatorname{div}(\vec{A}\cdot f) = f\cdot\operatorname{div}\vec{A} + \vec{A}\,\operatorname{grad} f}$$

$$= -\delta(x-x_0)\delta(y-y_0)\delta(z-z_0)\overset{0}{\operatorname{div}(p\vec{n})} \quad \text{çünkü } \operatorname{div}\vec{n} = 0$$
$$-p\vec{n}\cdot\operatorname{grad}\left[\delta(x-x_0)\delta(y-y_0)\delta(z-z_0)\right]$$

$$\boxed{\operatorname{div}\vec{e}_x = \frac{\partial 1}{\partial x} = 0}$$

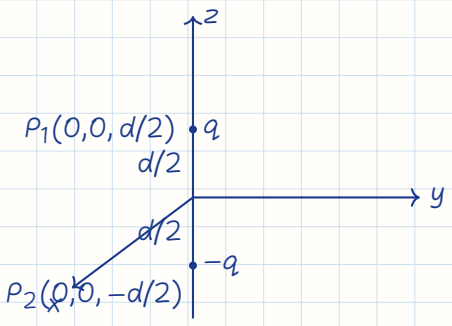
$$\Rightarrow\ \rho_{x\,\text{dipol}} = -p\,\vec{e}_x\cdot\operatorname{grad}\left[\delta(x-x_0)\delta(y-y_0)\delta(z-z_0)\right]$$

ve $\operatorname{grad}\left[\delta(x-x_0)\delta(y-y_0)\delta(z-z_0)\right]$

$$= \delta'(x-x_0)\delta(y-y_0)\delta(z-z_0)\,\vec{e}_x$$
$$+\,\delta(x-x_0)\delta'(y-y_0)\delta(z-z_0)\,\vec{e}_y$$
$$+\,\delta(x-x_0)\delta(y-y_0)\delta'(z-z_0)\,\vec{e}_z$$

ve $\vec{e}_x\cdot\vec{e}_x = 1$ diğerleri 0

$$\Rightarrow\ \rho_{x\,\text{dipol}} = -p\,\delta'(x-x_0)\delta(y-y_0)\delta(z-z_0)$$



$$\rho_{\text{dipol}} = -p\,\vec{n}\,\operatorname{grad}\left[\delta(x)\delta(y)\delta(z)\right]$$

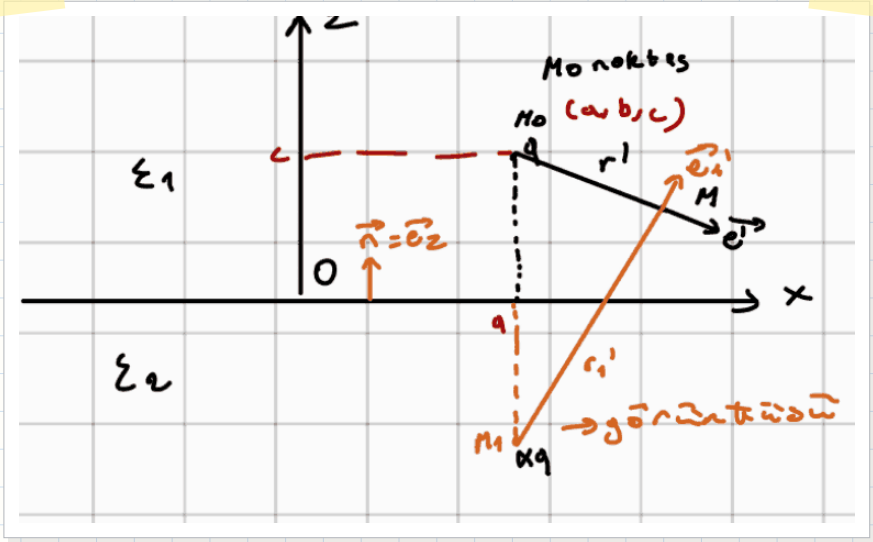
$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\iiint\frac{\rho_{\text{dipol}}}{r'}\underbrace{dv'}_{dx'\,dy'\,dz'}$$

$$r' = \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2}$$

orj. s. 11

Şimdi de denk problem'den bakalım

$z > 0 \quad \varepsilon_2 = \varepsilon_1$ seçelim



orijinal çizim, s. 11

M'nin $z > 0$ iken M noktasında oluşan potansiyel

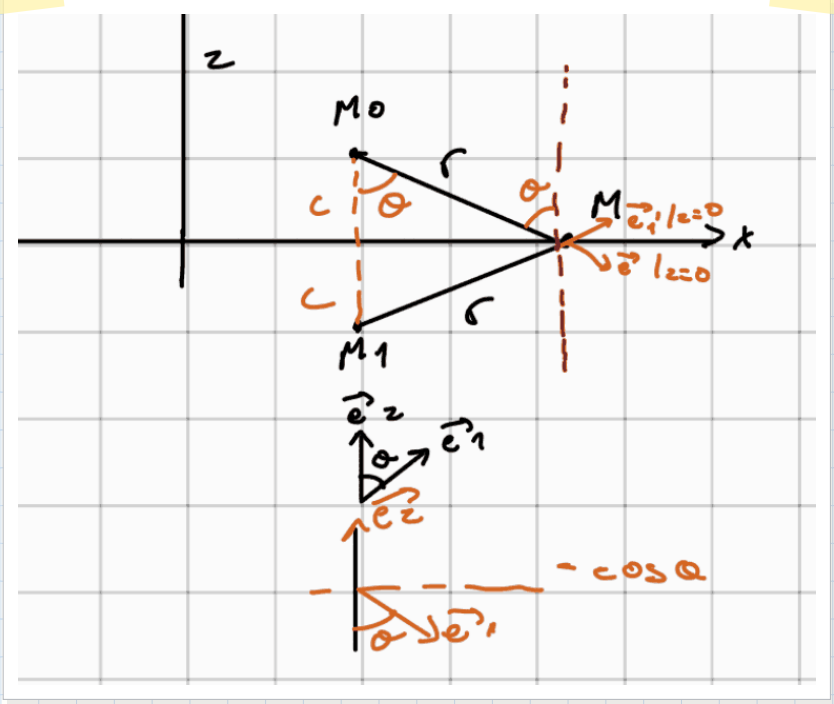
$$V_1 = \frac{q}{4\pi\varepsilon_1 r_1} + \frac{\alpha q}{4\pi\varepsilon_1 r_1'}$$

$$\vec{E}_1 = -\operatorname{grad} V_1 = \frac{q}{4\pi\varepsilon_1}\left(\frac{1}{r_1^2}\vec{e}_{r_1} + \frac{\alpha}{r_1'^2}\vec{e}_{r_1'}\right)$$

$$\begin{aligned} V_1\big|_{z=0} &= \frac{q}{4\pi\varepsilon_1}\left(\frac{1}{r} + \frac{\alpha}{r}\right) \\ &= \frac{q}{4\pi\varepsilon_1 r}\left(\frac{1}{r} + \frac{\alpha}{r}\right) \\ &= \frac{q}{4\pi\varepsilon_1 r}(1+\alpha) \end{aligned}$$

? egider

$$\vec{e}_z \cdot \vec{D}_1\big|_{z=0} = \frac{q}{4\pi}\left(\frac{\vec{e}_z \cdot \vec{e}_{r_1}\big|_{z=0}}{r^2} + \alpha\frac{\vec{e}_z \cdot \vec{e}_{r_1'}\big|_{z=0}}{r^2}\right)$$



orijinal çizim, s. 11

$$= \frac{q}{4\pi r^2}(-\cos\theta + \alpha\cos\theta)$$

$$= \boxed{\frac{qc}{4\pi r^3}(\alpha - 1)}$$

$z < 0$ bölgesinde $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$ olduğunu varsayarak M_0'a bir q_1 yükü yerleştirerek denk problemi tanımlayalım

$$V(x,y,z) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \iiint_{x',y',z'=-\infty}^{\infty} \frac{-p\,\vec{n}\,\text{grad}\left[\delta(x')\delta(y')\delta(z')\right]}{\sqrt{(x-x')^2+(y-y')^2+(z-z')^2}}\,dx'\,dy'\,dz'$$

$$V = \frac{-p\cdot\vec{n}}{4\pi\varepsilon_0}\left[\vec{e}_x \iiint_{x',y',z'=-\infty}^{\infty} \frac{\delta'(x')\delta(y')\delta(z')}{\sqrt{(x-x')^2+(y-y')^2+(z-z')^2}}\,dx'dy'dz'\right.$$

$$+ \vec{e}_y \iiint_{x',y',z'=-\infty}^{\infty} \frac{\delta(x')\delta'(y')\delta(z')}{\sqrt{(x-x')^2+(y-y')^2+(z-z')^2}}\,dx'dy'dz'$$

$$\left. + \vec{e}_z \iiint_{x',y',z'=-\infty}^{\infty} \frac{\delta(x')\delta(y')\delta'(z')}{\sqrt{(x-x')^2+(y-y')^2+(z-z')^2}}\,dx'dy'dz'\right]$$

$$\delta(y')f(y') = f(0)\delta(y')$$

$$V = \frac{-p\cdot\vec{n}}{4\pi\varepsilon_0}\left[\vec{e}_x \iiint_{x',y',z'=-\infty}^{\infty} \frac{\delta'(x')\delta(y')\delta(z')}{\sqrt{(x-x')^2+(y)^2+(z)^2}}\,dx'dy'dz'\right.$$
$$+\vec{e}_y \iiint_{x',y',z'=-\infty}^{\infty} \frac{\delta(x')\delta'(y')\delta(z')}{\sqrt{(x)^2+(y-y')^2+(z)^2}}\,dx'dy'dz'$$
$$\left.+\vec{e}_z \iiint_{x',y',z'=-\infty}^{\infty} \frac{\delta(x')\delta(y')\delta'(z')}{\sqrt{(x)^2+(y)^2+(z-z')^2}}\,dx'dy'dz'\right]$$

$$\int_{x'=-\infty}^{\infty} \frac{\delta'(x')}{\sqrt{(x-x')^2+y^2+z^2}}\,dx' \cdot \underbrace{\int_{-\infty}^{\infty}\delta(y')\,dy'}_{1}\underbrace{\int_{-\infty}^{\infty}\delta(z')\,dz'}_{1}$$

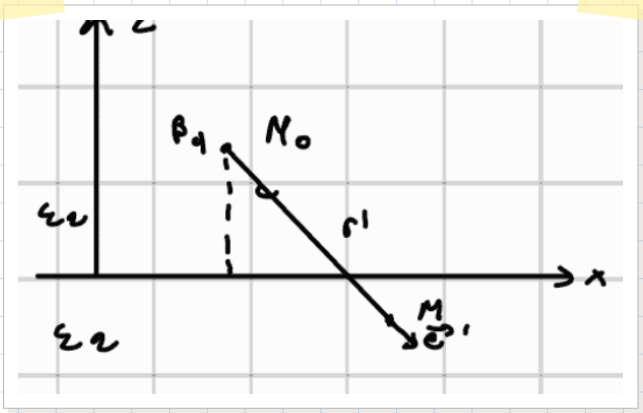
$$V = \frac{-p\cdot\vec{n}}{4\pi\varepsilon_0}\left[\vec{e}_x \int_{x'=-\infty}^{\infty}\left[(x-x')^2+y^2+z^2\right]^{-1/2}\delta'(x')\,dx'\right.$$
$$+\vec{e}_y \int_{y'=-\infty}^{\infty}\left[x^2+(y-y')^2+z^2\right]^{-1/2}\delta'(y')\,dy'$$
$$\left.+\vec{e}_z \int_{z'=-\infty}^{\infty}\left[x^2+y^2+(z-z')^2\right]^{-1/2}\delta'(z')\,dz'\right]$$

$$\int_{-\infty}^{\infty}\delta^{(n)}(x-x_0)f(x) = (-1)^n f^{(n)}(x_0)$$

$$V = \frac{-p\cdot\vec{n}}{4\pi\varepsilon_0}\left[\vec{e}_x\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{2(x-x')(-1)}{\left[(x-x')^2+y^2+z^2\right]^{3/2}}\right|_{x'=0}$$
$$+\vec{e}_y\left.\frac{(y-y')(-1)}{\left[x^2+z^2+(y-y')^2\right]^{3/2}}\right|_{y'=0}$$
$$+\vec{e}_z\left.\frac{(z-z')(-1)}{\left(x^2+y^2+(z-z')^2\right)^{3/2}}\right|_{z'=0}\Bigg]$$

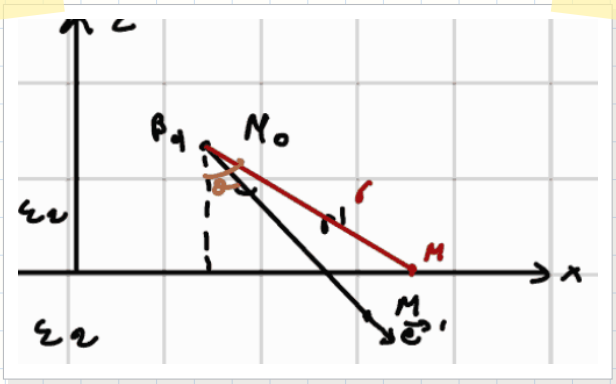
orj. s. 12

$$V_2 = \frac{\beta q}{4\pi\varepsilon_2 r_1'}$$



orijinal çizim, s. 12

$$\vec{E} = -\operatorname{grad} V$$
$$= -\frac{\partial V}{\partial r}\vec{e}_{r'}$$
$$= \frac{\beta q}{4\pi\varepsilon_2 r'^2}\vec{e}_{r'}$$



orijinal çizim, s. 12

$z = 0$

$$V_2\Big|_{z=0} = \frac{\beta q}{4\pi\varepsilon_2 r'}$$
$$\vec{e}_z \cdot \vec{D}_2\Big|_{z=0} = \frac{\beta q}{4\pi r^2}\vec{e}_z \cdot \vec{e}_{r'}\Big|_{z=0}$$
$$= \frac{-\beta q}{4\pi r^2}\cos\theta$$
$$= \frac{-\beta q c}{4\pi r^3}$$

$$V_1\Big|_{z=0} = V_2\Big|_{z=0}$$
$$\frac{q}{4\pi\varepsilon_1 r}(1+\alpha) = \frac{\beta q}{4\pi\varepsilon_2 r'}$$
$$\boxed{\varepsilon_2(1+\alpha) = \varepsilon_1\beta}$$
$$\vec{e}_z \cdot \vec{D}_1\Big|_{z=0} = \vec{e}_z \cdot \vec{D}_2\Big|_{z=0}$$
$$\Rightarrow \frac{qc}{4\pi r^3}(\alpha - 1) = \frac{-\beta q c}{4\pi r^3}$$
$$(\alpha - 1) = -\beta \Rightarrow \boxed{1 - \alpha = \beta}$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}$$
$$\beta = \frac{2\varepsilon_2}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}$$

$$V_1 = \frac{q}{4\pi\varepsilon_1 r_1} + \frac{\alpha q}{4\pi\varepsilon_1 r_1'}$$

$$V(M) = \begin{cases} V_1, & z > 0 \\ V_2, & z < 0 \end{cases} = \begin{cases} \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_1 r_1} + \dfrac{q(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)}{4\pi\varepsilon_1(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)r_1'}, & z > 0 \\ \dfrac{2q\varepsilon_2}{4\pi\varepsilon_2(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)r'}, & z < 0 \end{cases}$$

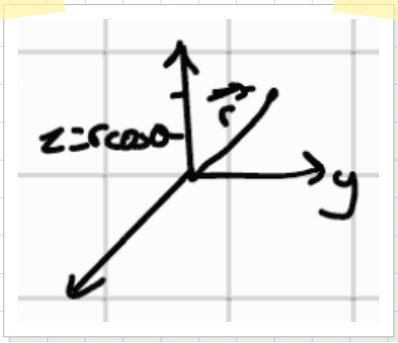
$z = 0$ düzleminde biriken yükü bulalım

$$\Delta V = \frac{-\rho_v(x,y,z)}{\varepsilon} \qquad V\big|_{z=0} = V_0$$

$$V = \frac{p\vec{n}}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{x\vec{e}_x + y\vec{e}_y + z\vec{e}_z}{(x^2+y^2+z^2)^{3/2}}\right] = \frac{p\cdot\vec{n}}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{\vec{r}}{r^3}\right]$$

$$\vec{E} = -\operatorname{grad} V = -\frac{p}{4\pi\varepsilon_0}\vec{n}\operatorname{div}\left(\frac{\vec{r}}{r^3}\right)$$

$\operatorname{grad}(\vec{a}\cdot\vec{b}) = \vec{a}\operatorname{div}\vec{b} + \vec{b}\overset{0}{\operatorname{div}}\vec{a} \rightarrow \vec{n}$



orijinal çizim, s. 12

$$\vec{n} = \vec{e}_z \qquad V = \frac{p\,\vec{e}_z\cdot\vec{r}}{4\pi\varepsilon_0 r^3}$$

$$= \frac{pz}{4\pi\varepsilon_0 r^3}$$

$$= \frac{pr\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^3} = \frac{p\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

$\Delta V = \dfrac{-\rho}{\varepsilon_0}$ poisson denkleminin çözümü $V = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\iiint\dfrac{\rho}{r'}\,dv$

Ders 13

Boş uzayda

$\vec{E} = -\operatorname{grad} V \quad \vec{D} = \varepsilon_0\vec{E} \quad \vec{D} \parallel \vec{E}$

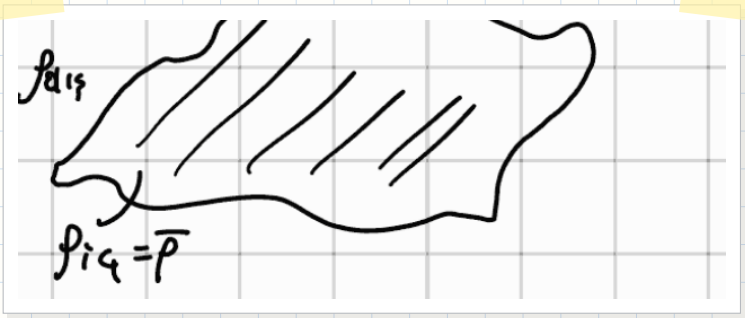


orijinal çizim, s. 12

$$\Delta V = \frac{-\rho_{dış}}{\varepsilon_0}$$

$$\operatorname{div} \vec{D} = \operatorname{div}(\varepsilon_0 \vec{E}) = \rho = \rho_{dış}$$

Boş olmayan ortam



orijinal çizim, s. 12

Olayları yaratan dış yüklerin yoğunluğu ρ olsun. Zamanla ortamın fiziksel varlığından ötürü iç yükler yerdeğiştirerek belirginleşir ve yarattığı alan $\vec{E}$'ye katkıda bulunur.

> *Şekil:* Bu sayfa basılı materyal içeriyor (sağ altta kitap metni, (2.16) ve (2.17) bağıntıları; ilk satırları sarı vurgulu); dijitalleştirilmedi.
> *(orijinal notta, s. 12)*

orj. s. 13

$$V = f(x, y, z) - f(x, y, -z) + V_0$$

$$\Delta V = \Delta f(x, y, z) - \overset{0}{\Delta f}(x, y, -z) + \overset{0}{\Delta V_0}$$

sadece $z > 0$ potansiyelin ? *etkisim*

$$\rho(x, y, z) = -\varepsilon_1 \Delta V\big|_{z>0}$$

$$\operatorname{div}(\varepsilon_0 \vec{E}) = \rho = \rho_{dış} + \bar{\rho}$$

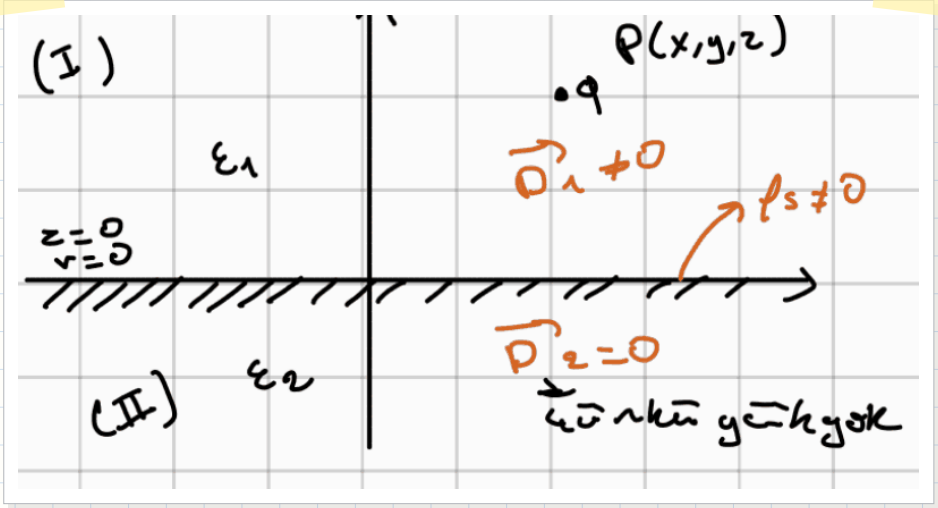
$$\bar{\rho} = -\operatorname{div}\left(\varepsilon_0 \chi(\vec{E}) \vec{E}\right)$$

$$\Rightarrow \operatorname{div}(\varepsilon_0\vec{E}) - \bar{\rho} = \rho_{dış}$$
$$\operatorname{div}(\varepsilon_0\vec{E}) + \operatorname{div}(\varepsilon_0\chi(\vec{E})\cdot\vec{E}) = \rho_{dış}$$
$$\operatorname{div}\left(\varepsilon_0 \underbrace{(1+\chi(\vec{E}))}_{\varepsilon_r>1}\cdot\vec{E}\right) = \rho_{dış}$$

$$\vec{D} = \varepsilon_0\varepsilon_r\vec{E} = \varepsilon\vec{E}$$
$$\Rightarrow \operatorname{div}\vec{D} = \rho_{dış} = \operatorname{div}(\varepsilon\vec{E})$$
$$\Delta V = \frac{-\rho_{dış}}{\varepsilon_0}$$
$$\vec{E} = -\operatorname{grad} V \qquad \vec{D} = \varepsilon\vec{E} \qquad \operatorname{rot}\vec{E} = 0$$
$$\operatorname{div}\vec{D} = \rho_{dış} \qquad \vec{F} = q\vec{E}$$

yüzey üzerinde potansiyel sabitse ve içerde yük yoksa iç bölgede potansiyel sabittir, elektrik alan da sabittir ve içerde $\rho = 0$

Görüntü kavramı ve yöntemi



orijinal çizim, s. 13

$$\rho_s = \vec{e}_z\left(\vec{D}_1 - \underbrace{\vec{D}_2}_{0}\right)\Big|_{z=0}$$
$$= \vec{e}_z\vec{D}_1\Big|_{z=0} = -\vec{e}_z\,\varepsilon_1 \operatorname{grad} V_1\Big|_{z=0}$$

$z < 0$ bölgesi (ε_2 dielektrik sabitli ?değil)

$V_2 = 0$ sabit, $\vec{E}_2 = 0$; $\vec{D}_2 = 0$ { II.nda bölgede yük olmadığından ve $z = 0$ yüzeyi üzerinde $V = 0$ sabit olduğundan bölge iletkendir ve potansiyeli $V_2 = 0$ olur

$z > 0$ bölgesi (ε_1 dielektrik sabitli bölge)

$V_1 = ?$ $\vec{E} = -\operatorname{grad} V_1$; $\vec{D}_1 = \varepsilon_1\vec{E}_1 = -\varepsilon_1 \operatorname{grad} V_1$

$\rho = q\delta(x-x_0)\delta(y-y_0)\delta(z-z_0) \neq 0$

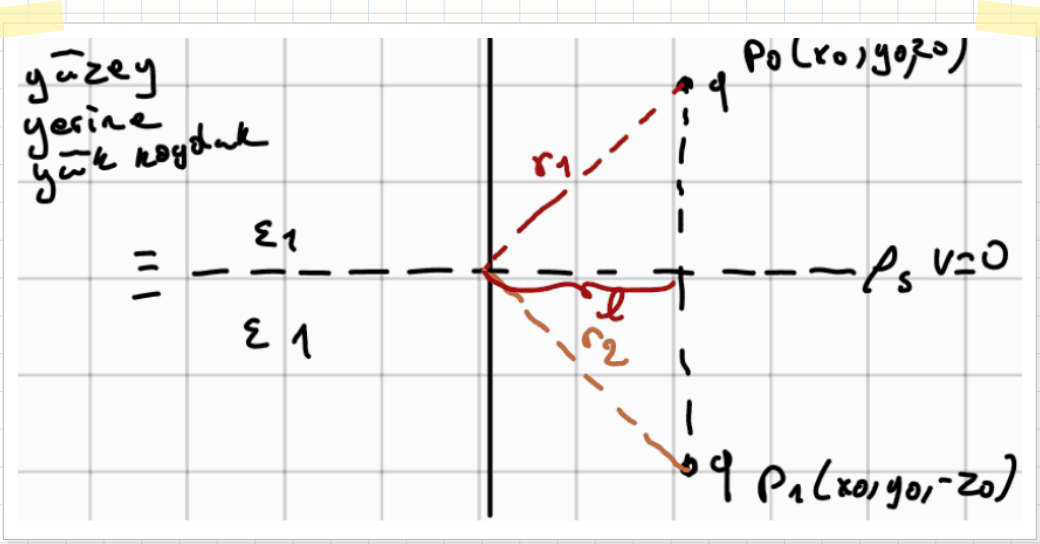
orj. s. 14

I.nda bölge ise II gibi iletken bir bölge değil $V_1 \neq 0$

(I) V_1'in sağladığı diferansiyel denklem ve sınır koşul dikkate alınmalı.

$$z>0 \text{ da } \begin{cases} \Delta V_1 = \dfrac{-\rho}{\varepsilon_1} = \dfrac{-q\,\delta(x-x_0)\delta(y-y_0)\delta(z-z_0)}{\varepsilon_1} \\ V_1\big|_{z=0} = 0 \qquad \lim_{z\to\infty} V_1 \text{ için } \infty \end{cases}$$

?Eşörnek problem : ($z>0$ bölgesi bakımından)



orijinal çizim, s. 14

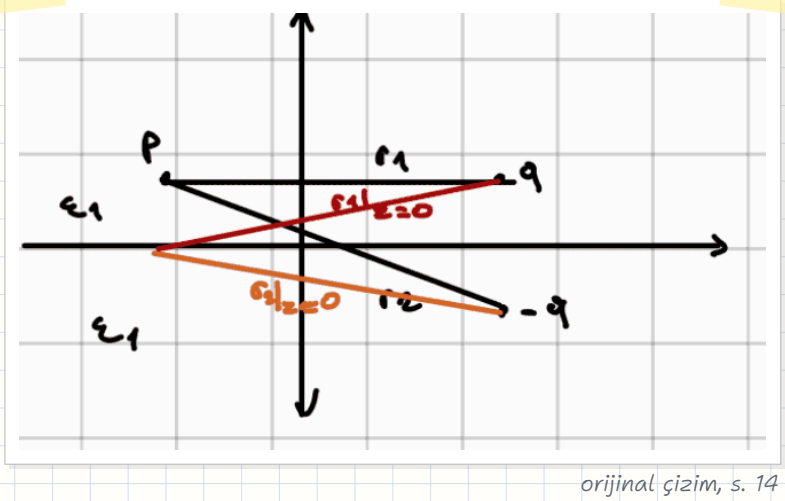
$$z>0 \text{ da } \quad \Delta V_1 = \frac{-\rho_1}{\varepsilon_1} = \frac{-q\,\delta(x-x_0)\delta(y-y_0)\delta(z-z_0)}{\varepsilon_1}$$

$$V_q\big|_{z=0} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_1 r_1} \qquad V_{-q}\big|_{z=0} = \frac{-q}{4\pi\varepsilon_1 r_1}$$

$$r_1 = r_2 = \sqrt{z_0^2 + \ell^2}$$

⋆ Sadece Tüm uzay homojense ?çalan yasış geçerli

$$V\big|_{z=0} = V_q\big|_{z=0} + V_{-q}\big|_{z=0} = 0$$



orijinal çizim, s. 14

$$V_p = \frac{q}{4\pi\varepsilon_1 r_1} - \frac{q}{4\pi\varepsilon_1 r_2} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_1}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$$

$$V_p\Big|_{z=0} = 0$$

$z > 0 \quad V_1 = \frac{q}{4\pi\varepsilon_1}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$

$z < 0 \quad V_2 = 0$

orj. s. 15

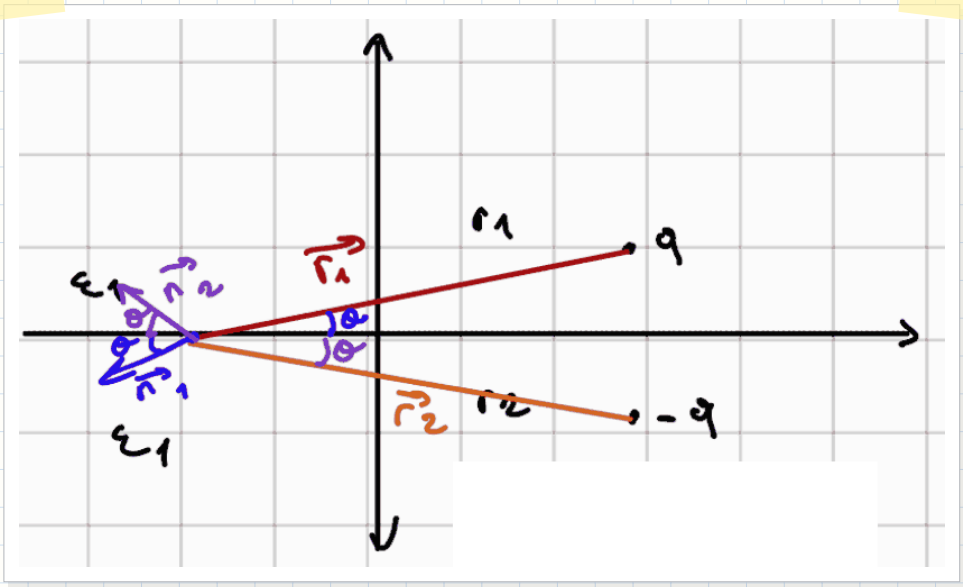
$$\Rightarrow \vec{E}_1 = -\operatorname{grad} V_1 = \frac{q}{4\pi\varepsilon_1}\left(\frac{\vec{r}_1}{r_1^3} - \frac{\vec{r}_2}{r_2^3}\right)$$

$$\vec{D}_1 = \varepsilon_1\vec{E}_1 = \frac{q}{4\pi}\left(\frac{\vec{r}_1}{r_1^3} - \frac{\vec{r}_2}{r_2^3}\right)$$

$$\rho_s\Big|_{z=0} = \vec{e}_z\left(\vec{D}_1 - \vec{D}_2\right)\Big|_{z=0} = \vec{e}_z \cdot \vec{D}_1\Big|_{z=0}$$

$$\rho_s = \frac{q}{4\pi}\,\vec{e}_z\left(\frac{\vec{r}_1}{r_1^3}\Big|_{z=0} - \frac{\vec{r}_2}{r_2^3}\right)\Big|_{z=0}$$

$$\vec{r}_1\Big|_{z=0} = r_1\vec{n}_1\Big|_{z=0}$$



orijinal çizim, s. 15

$|\vec{r}_1| = |\vec{r}_2|$

$\vec{r}_1 \neq \vec{r}_2$

$$\vec{r}_1\Big|_{z=0} = r_1\Big|_{z=0}\vec{n}_1\Big|_{z=0} = r_1\left[\cos\theta\,\vec{e}_\ell - \sin\theta\,\vec{e}_z\right]$$

$$\vec{r}_2\Big|_{z=0} = r_2\Big|_{z=0}\vec{n}_2\Big|_{z=0} = r_2\left[\cos\theta\,\vec{e}_\ell + \sin\theta\,\vec{e}_z\right]$$

$$\rho_s = \frac{q}{4\pi}\vec{e}_z\left(\underbrace{\frac{\vec{r}_1|_{z=0}}{(r_1|_{z=0})^3}}_{r^3} - \underbrace{\frac{\vec{r}_2|_{z=0}}{(r_2|_{z=0})^3}}_{r^3}\right)$$

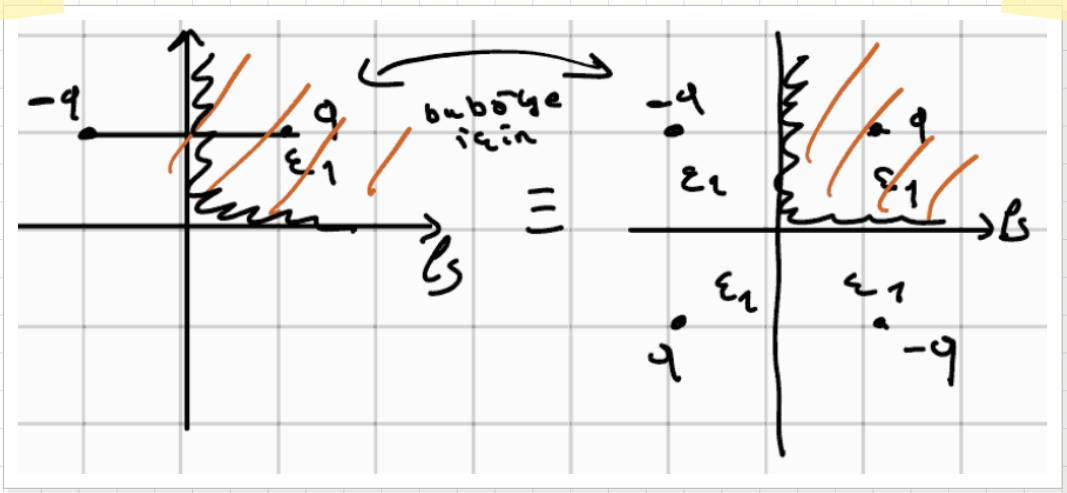
$$= \frac{q}{4\pi}\frac{\vec{e}_z}{r^3}\left(\vec{r}_1|_{z=0} - \vec{r}_2|_{z=0}\right)$$

$$= \frac{q}{4\pi r^3}\vec{e}_z\Big[r\cos\theta\,\vec{e}_\ell - r\sin\theta\,\vec{e}_z - r\cos\theta\,\vec{e}_\ell - r\sin\theta\,\vec{e}_z\Big]$$

$$= \frac{-q\sin\theta}{2\pi r^2} \quad \text{ve} \quad \sin\theta = \frac{\text{karşı}}{\text{hipo}} = \frac{z_0}{r}$$

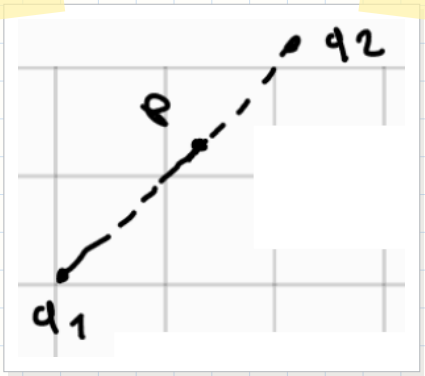
$$= \frac{-qz_0}{2\pi r^3} \quad (C/m^2)$$

yüzeyin üzerindeki yük 0 değildir ve değişkendir



orijinal çizim, s. 15

orj. s. 16



orijinal çizim, s. 16

[9] Claude notu: İlk birim vektörün alt indisi okunaksız; yatay yön (ℓ) olarak okundu.

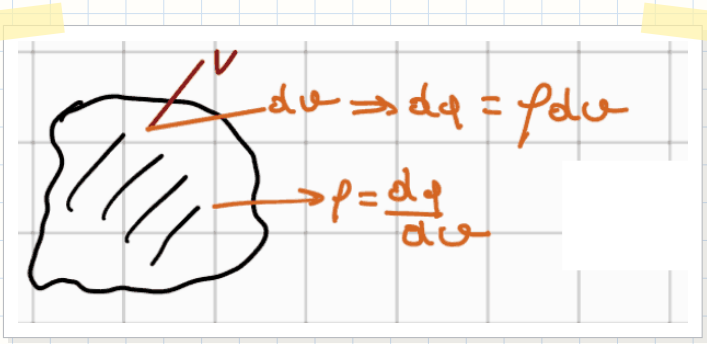
$V = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon r}$ q_1 başta vardı, q_2 uzaktan getirildi

$$W = q_2\left(V_1 - \underbrace{V_\infty}_{0}\right) = q_2\frac{q_1}{4\pi\varepsilon r}$$

$$\Rightarrow W = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} q_i V_i$$

3 tane yük var olsun

$$W = W_{13} + W_{23} + W_{12}$$
$$= \frac{q_3 q_1}{4\pi\varepsilon r_{13}} + \frac{q_3 \cdot q_2}{4\pi\varepsilon r_{23}} + \frac{q_1 \cdot q_2}{4\pi\varepsilon r_{12}}$$



orijinal çizim, s. 16

$dv \Rightarrow dq = \rho\, dv \quad \rho = \frac{dq}{dv} \quad dW = \frac{1}{2}\rho\, dv \cdot V$

$$W = \frac{1}{2}\int_V \rho V\, dv = \frac{1}{2}\int \underbrace{\rho}_{\to \operatorname{div}\vec{D}} V\, dv$$

$$= \frac{1}{2}\int \operatorname{div}\vec{D}\, V \cdot dv$$

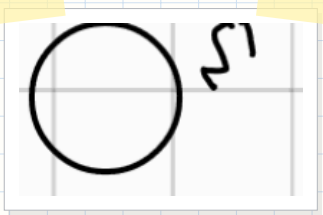
$$\vec{E} = -\operatorname{grad} V = -\frac{\partial V}{\partial n}\vec{n}$$

$$= \frac{1}{2}\int \rho V\, dv = \frac{1}{2}\int \vec{E}\cdot \underbrace{\vec{D}}_{\to \varepsilon\vec{E}}\, dv$$

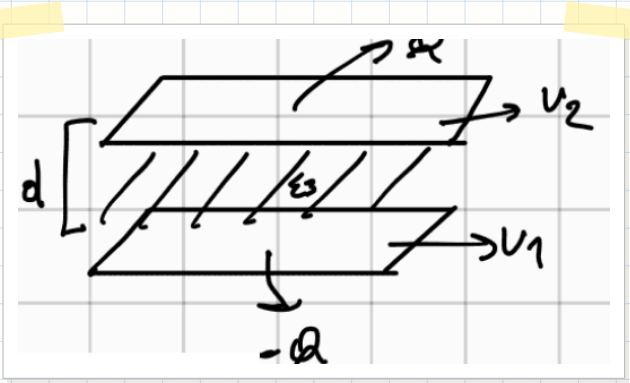
$$= \frac{1}{2}\int \varepsilon |\vec{E}|^2\, dv$$

Kapasite problemi

$C = \frac{Q}{V_s}$



orijinal çizim, s. 16



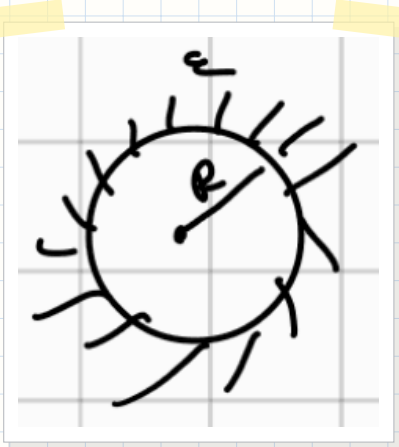
orijinal çizim, s. 16

$$Q = C(V_2 - V_1)$$
$$-Q = C(V_1 - V_2)$$
$$W = \frac{1}{2}Q(V_2 - V_1) = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}$$
$$= \frac{1}{2}C(V_2 - V_1)^2 = \frac{\varepsilon}{2d}S(V_1 - V_2)^2$$

$$\Rightarrow C = \frac{\varepsilon S}{d}$$

orj. s. 17

Bir kürenin kapasitesi



orijinal çizim, s. 17

$$C = 4\pi\varepsilon R$$