Alan Teorisi

Final çalışması notları

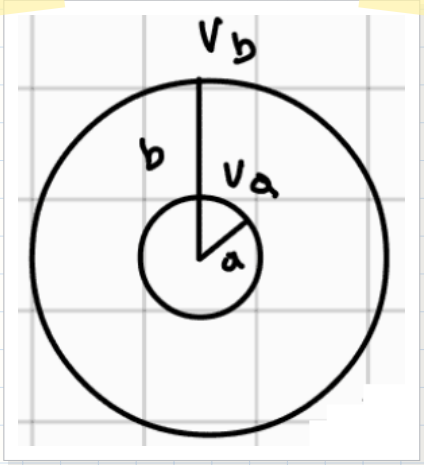
Orijinal not: Final-notu.pdf

UYARI Bu belge, el yazısı ders notlarından Claude (Anthropic) yardımıyla dijitale aktarılmıştır. Yardımcı kaynak olarak hazırlanmıştır; hata veya eksik içerebilir. Lütfen orijinal notları ve ders kaynaklarını esas alın.

NOTICE *This document was transcribed from handwritten lecture notes with the help of Claude (Anthropic). It is meant as a supplementary resource and may contain errors or omissions. Always check against the original notes and official course material.*

orj. s. 1

Uygulama 7 – iç içe iki küre



orijinal çizim, s. 1

$$V(r) = \frac{V_a - V_b}{\frac{1}{a} - \frac{1}{b}} \cdot \frac{1}{r} + \frac{aV_a - bV_b}{a - b} \qquad a < r < b$$

$r < a$ $\vec{E} = 0$ (içerde yük yok) integral: $\vec{E} = -\operatorname{grad} V$, $V(r) = C$ olur

$$V(a) = V_a = C \Rightarrow \boxed{r < a \quad V(r) = V_a}$$

$$r > b \quad \Delta V = 0 \qquad \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2 \frac{\partial V}{\partial r}\right) = 0$$

$$r^2 \frac{\partial V}{\partial r} = -A \Rightarrow \frac{\partial V}{\partial r} = -\frac{A}{r^2}$$

$$V(r) = \frac{A}{r} + B$$

$$r \to \infty \quad V(r) = 0 \text{ olmalıdır} \Rightarrow B = 0$$

$$r = b \quad V(b) = V_b = \frac{A}{b} \Rightarrow A = bV_b$$

$$V(r) = \frac{bV_b}{r}$$

O zaman

$$a < r < b \quad \vec{E} = -\operatorname{grad} V = \frac{V_a - V_b}{\frac{1}{a} - \frac{1}{b}} \frac{1}{r^2} \vec{e}_r$$

$$r < a \quad \vec{E} = 0$$

$$r > b \quad \vec{E} = -\operatorname{grad} V = -\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{bV_b}{r}\right)\vec{e}_r$$

$$= \frac{bV_b}{r^2}\vec{e}_r$$

$$r = a \text{ da} \quad \boxed{\vec{E} = \frac{\vec{E}^+(a) + \vec{E}^-(a)}{2}}$$

$$= \frac{1}{2}\left[\frac{V_a - V_b}{\frac{1}{a} - \frac{1}{b}} \cdot \frac{1}{a^2}\right]\vec{e}_r$$

$$= \frac{1}{2}\frac{b}{a}\left[\frac{V_a - V_b}{b - a}\right]\vec{e}_r$$

a yüzeyindeki yüke etkiyen kuvvet??

$$d\vec{F} = \rho_s \, ds \, \vec{E} \qquad ds = a^2 \sin\theta \, d\phi \, d\theta$$

$$\operatorname{div} \vec{D} = \rho_s$$

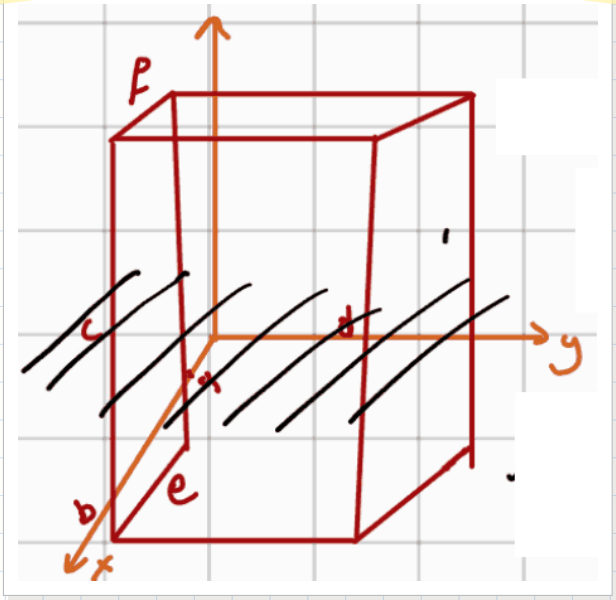
$$\boxed{\text{sınır koşulu: } \rho_s = \vec{n} \cdot \vec{D} = \vec{n} \cdot \varepsilon\vec{E} = \vec{e}_r \cdot \varepsilon \cdot \vec{E}}$$

a noktasında

$$\rho_s = \varepsilon \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{b}{a}\left[\frac{V_a - V_b}{b - a}\right]$$

Ders 9: Değişik türden yük dağılımları ve Dirac Distribüsyonu

hacimsel ρ_v [C/m^3] yüzeysel ρ_s [C/m^2] çizgisel ρ_c [C/m]



orijinal çizim, s. 1

$x = 0$'da $\rho_s(y,z)$ $[C/m^2]$ yük yoğunluğu olsun. Bu yüzeysel yük yoğunluğuna ilişkin hacimsel yük yoğunluğu:

$$\underset{[C/m^3]}{\rho_v(x,y,z)} = \underset{[C/m^2]}{\rho_s(y,z)}\ \underset{[1/m]}{\delta(x)}$$

$\delta(x)$'in özellikleri

1) $a \le x \le b$, $c \le y \le d$, $e \le z \le f$ prizması içindeki toplam yük $(\rho_v(x,y,z) = \rho_s(y,z)\,\delta(x))$

$$Q = \int_{x=a}^{b}\int_{y=c}^{d}\int_{z=e}^{f} \rho_v(x,y,z)\,dx\,dy\,dz$$

$$Q = \int_{x=a}^{b}\int_{y=c}^{d}\int_{z=e}^{f} \rho_s(y,z)\,\delta(x)\,dx\,dy\,dz$$

$$= \int_{x=a}^{b} \delta(x)\,dx \int_{y=c}^{d}\int_{z=e}^{f} \rho_s(y,z)\,dy\,dz$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a,b<0, & Q=0 \\ a,b>0, & Q=0 \\ a<0<b, & Q = \displaystyle\int_{y=c}^{d}\int_{z=e}^{f} \rho_s(y,z)\,dy\,dz \end{cases}$$

çünkü $\displaystyle\int_{x=a}^{b} \delta(x)\,dx = \begin{cases} 0, & ab>0 \\ 1, & a<0<b \end{cases}$

2) $g(x)\,\delta(x) = g(0)\,\delta(x)$

3)

$$\int_{a}^{b} \delta(x)\,dx = \begin{cases} 0, & ab>0 \\ 1, & a<0<b \end{cases} \qquad a \to -\infty,\ b \to x$$

$$\int_{-\infty}^{x} \delta(x)\,dx = \begin{cases} 0, & x<0 \\ 1, & x>0 \end{cases} = u(x) \quad \text{birim basamak fonksiyonu}$$

$$\boxed{\delta(x) = \frac{\partial u(x)}{\partial x}}$$

orj. s. 2

$$d\vec{F} = \rho_s \, ds \, \vec{E}_{orta}$$

$$d\vec{F} = \frac{\varepsilon}{2}\frac{b}{a}\left[\frac{V_a - V_b}{b-a}\right]\left(a^2 \sin\theta \, d\phi \, d\theta\right) \left[\frac{1}{2}\frac{b}{a}\left(\frac{V_a - V_b}{b-a}\right)\vec{e}_r\right]$$

$$\vec{F} = \int_{\theta=0}^{\pi}\int_{\phi=0}^{2\pi} \frac{\varepsilon}{4} b^2 \left[\frac{V_a - V_b}{b-a}\right]^2 \sin\theta \, d\phi \, d\theta \, \vec{e}_r$$

$$\vec{F} = \varepsilon\pi b^2 \left(\frac{V_a - V_b}{b-a}\right)^2 \vec{e}_r$$

$r = b$ için

$$\vec{E} = \frac{\vec{E}^+(b) + \vec{E}^-(b)}{2} = \frac{1}{2}\left[\frac{bV_b}{b^2} + \frac{ab}{b^2}\left(\frac{V_a - V_b}{b-a}\right)\right] = \frac{1}{2}\left[\frac{V_b(b-a) + a(V_a - V_b)}{b(b-a)}\right] = \frac{bV_b - 2aV_b + aV_a}{2b(b-a)}\vec{e}_r$$

$$\rho_s = \varepsilon \cdot \vec{n} \cdot \vec{E} = \varepsilon \, \vec{e}_r \, \vec{E}$$

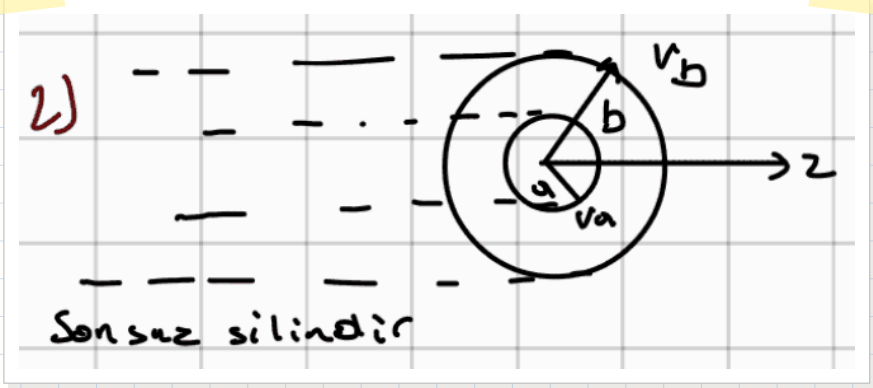
$$\rho_s = \frac{\varepsilon}{2b(b-a)}\left[bV_b - 2aV_b + aV_a\right]$$

$$ds = b^2 \sin\theta \, d\theta \, d\phi$$

$$d\vec{F} = \rho_s \, ds \, \vec{E} = \frac{\varepsilon}{2b(b-a)}\left[bV_b - 2aV_b + aV_a\right]\left(b^2 \sin\theta \, d\theta \, d\phi\right) \cdot \left[\frac{bV_b - 2aV_b + aV_a}{2b(b-a)}\right]\vec{e}_r$$

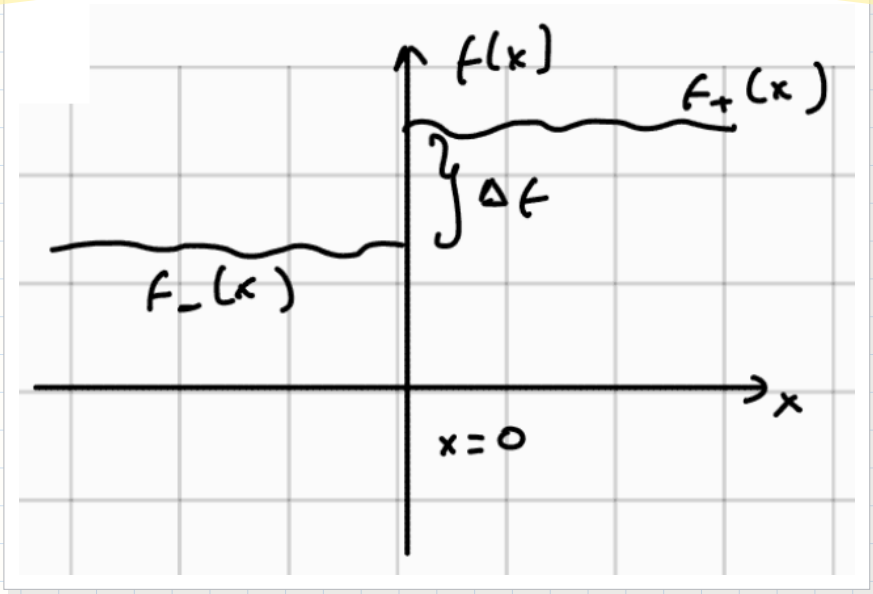
$$\vec{F} = \int_{\theta=0}^{\pi}\int_{\phi=0}^{2\pi} d\vec{F} = \varepsilon\pi\left[\frac{bV_b - 2aV_b + aV_a}{b-a}\right]^2 \vec{e}_r$$

2)



orijinal çizim, s. 2

4)



orijinal çizim, s. 2

$$f(x) = \begin{cases} f_-(x), & x < 0 \\ f_+(x), & x > 0 \end{cases}$$

$x = 0$'da süreksizlik var

$$f(x) = f_+(x)\,u(x) + f_-(x)\,u(-x)$$

$$f'(x) = f'_+(x)\,u(x) + \underbrace{f_+(x)\,\delta(x)}_{f_+(0)\,\delta(x)} + f'_-(x)\,u(-x) - \underbrace{f_-(x)\,\delta(x)}_{f_-(0)\,\delta(x)}$$

$$f'(x) = \overbrace{\left[f'_-(x)\,u(-x) + f'_+(x)\,u(x)\right]}^{\{f'(x)\}} + \underbrace{\left[f_+(0) - f_-(0)\right]\delta(x)}_{[|f|]\,\delta(x)}$$

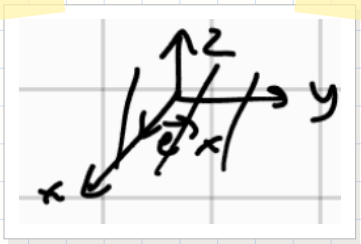
$$f'(x) = \underbrace{\{f'(x)\}}_{\text{Regüler kısım}} + \underbrace{[|f|]\,\delta(x)}_{\text{Tekil (Singüler kısım)}}$$

$$\text{grad } V = \frac{\partial V}{\partial x}\vec{e}_x + \frac{\partial V}{\partial y}\vec{e}_y + \frac{\partial V}{\partial z}\vec{e}_z \qquad (x = 0\text{'da bir süreksizlik olsun})$$

$$\frac{\partial V}{\partial x} = \left\{\frac{\partial V}{\partial x}\right\} + [|V\vec{e}_x|]\,\delta(x)$$

$$\frac{\partial V}{\partial y} = \left\{\frac{\partial V}{\partial y}\right\}$$

$$\frac{\partial V}{\partial z} = \left\{\frac{\partial V}{\partial z}\right\}$$



orijinal çizim, s. 2

V'nin süreksizliği herhangi bir S yüzeyi üzerinde olsaydı



orijinal çizim, s. 2

$$\text{grad } V = \{\text{grad } V\} + [|V\hat{n}|]\,\delta(s)$$

5) $x = 0$'da süreksizliği olan $\vec{E}(x, y, z)$ için

$$\text{div } \vec{E} = \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z}$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial x} = \left\{\frac{\partial E_x}{\partial x}\right\} + [|E_x|]\,\delta(x)$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial y} = \left\{\frac{\partial E_y}{\partial y}\right\}, \qquad \frac{\partial E_z}{\partial z} = \left\{\frac{\partial E_z}{\partial z}\right\}$$

orj. s. 3

$$a < \rho < b$$

$$V(\rho) = \frac{V_a - V_b}{\ln a - \ln b} \ln \rho - \frac{V_a \ln b - V_b \ln a}{\ln a - \ln b}$$

$\rho < a \quad \vec{E} = 0,\ \vec{E} = -\operatorname{grad} V \Rightarrow V(\rho) = C$ (sabit)

$$\Rightarrow V(\rho) = V_a$$

$\rho > b \quad \Delta V = 0$

$$\frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial \rho}\left(\rho \frac{\partial V}{\partial \rho}\right) = 0, \quad \rho \frac{\partial V}{\partial \rho} = A$$

$$\Rightarrow \frac{\partial V}{\partial \rho} = \frac{A}{\rho} \Rightarrow V(\rho) = A \ln \rho + B$$

$$a < \rho < b \quad \vec{E} = -\operatorname{grad} V = -\frac{V_a - V_b}{\ln a - \ln b}\frac{1}{\rho}\vec{e}_\rho$$

$$\rho < a \quad \vec{E} = 0$$

$$\rho > b \quad \vec{E} = -\operatorname{grad} V = -\frac{\partial}{\partial \rho}(A \ln \rho)\vec{e}_\rho$$

$$= -\frac{A}{\rho}\vec{e}_\rho$$

$$\rho = a \quad \vec{E}(a) = \frac{\vec{E}^+(a) + \vec{E}^-(a)}{2}$$

$$= -\frac{1}{2}\frac{V_a - V_b}{\ln a - \ln b}\frac{1}{a}\vec{e}_\rho$$

$$d\vec{F} = \rho_s \, ds \, \vec{E}$$

$$ds = a \, d\phi \, dz$$

$$\rho_s = \vec{n} \cdot \vec{D} = \vec{n} \cdot \varepsilon \cdot \vec{E}$$

$$d\vec{F} = \frac{\varepsilon}{2}\frac{V_a - V_b}{\ln a - \ln b}\frac{1}{a}(a \, d\phi \, dz)\frac{1}{2}\frac{V_a - V_b}{\ln a - \ln b}\cdot\frac{1}{a}\vec{e}_\rho$$

$$\vec{F} = \int_{z=0}^{1}\int_{\phi=0}^{2\pi}\frac{\varepsilon}{4a}\frac{(V_a - V_b)^2}{(\ln a - \ln b)^2}\, d\phi \, dz \, \vec{e}_\rho$$

$$= \frac{\varepsilon\pi}{2a}\frac{(V_a - V_b)^2}{(\ln a - \ln b)^2}\vec{e}_\rho$$

$$\rho = b \quad \vec{E}(b) = \frac{\vec{E}^+(b) + \vec{E}^-(b)}{2}$$

$$= -\frac{1}{2}\left[\frac{A}{b} + \frac{V_a - V_b}{\ln a - \ln b}\frac{1}{b}\right]\vec{e}_\rho$$

$$= -\frac{1}{2}\frac{A(\ln a - \ln b) + (V_a - V_b)}{b(\ln a - \ln b)}\vec{e}_\rho$$

$ds = b \, d\phi \, dz, \quad \rho_s = \vec{e}_\rho \cdot \varepsilon \cdot \vec{E}$

$$= -\frac{\varepsilon}{2}\cdot\frac{A(\ln a - \ln b) + (V_a - V_b)}{b(\ln a - \ln b)}$$

$$d\vec{F} = \frac{\varepsilon}{2}\cdot\frac{A(\ln a - \ln b) + (V_a - V_b)}{b(\ln a - \ln b)}(b \, d\phi \, dz)$$

Toplarsak

$$\operatorname{Div}\vec{E} = \left\{\operatorname{div}\vec{E}\right\} + \left[|E_x|\right]\delta(x)$$
$$= \left\{\operatorname{div}\vec{E}\right\} + \left[|\vec{E}\cdot\vec{e}_x|\right]\delta(x)$$

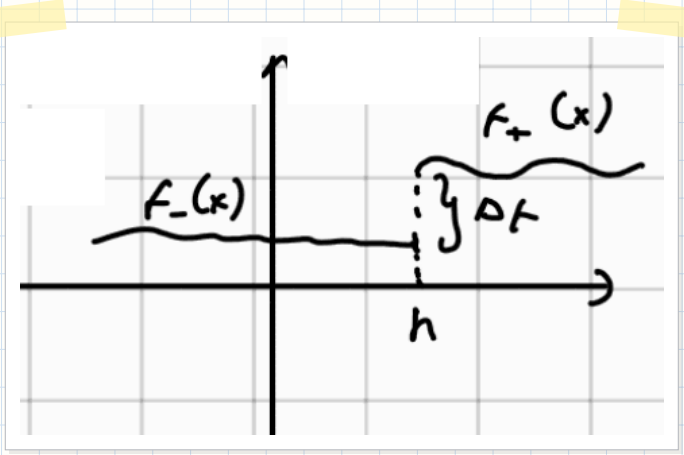
Genel durumda bir S yüzeyinde süreksizlik varsa:

$$\operatorname{div}\vec{E} = \left\{\operatorname{div}\vec{E}\right\} + \left[|\hat{n}\cdot\vec{E}|\right]\delta(s)$$
$$\operatorname{rot}\vec{E} = \left\{\operatorname{rot}\vec{E}\right\} + \left[|\hat{n}\times\vec{E}|\right]\delta(s)$$

6) Süreksizlik $x = 0$ yerine $x = h$'da olursa

$$\delta(x) \to \delta(x-h) \qquad \int_a^b \delta(x-h)\,dx = \begin{cases} 1, & a < h < b \\ 0, & \text{diğer} \end{cases}$$

$$f(x)\,\delta(x-h) = f(h)\,\delta(x-h)$$
$$\frac{\partial u(x-h)}{\partial x} = \delta(x-h)$$



orijinal çizim, s. 3

$$f'(x) = \{f'(x)\} + \underbrace{[f(h+0) - f(h-0)]}_{\Delta f}\,\delta(x-h)$$

7) Bir C eğrisi S_1 ve S_2 yüzeylerinin arakesiti olsun. C üzerinde bulunan ρ_c [C/m] için hacimsel yük yoğunluğu

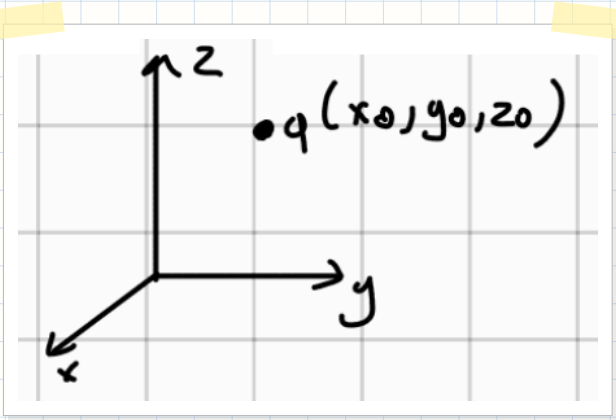
$$\rho_v(x,y,z) = \rho_c\,\delta(S_1)\,\delta(S_2)$$

S_1 : $x = a$'da süreksiz ise $\underbrace{\delta(x-a)}_{\delta_1}\,\underbrace{\delta(y-b)}_{\delta_2}$ $\qquad S_2$: $y = b$

Örneğin z eksenine yerleştirilmiş ρ_c için $\rho_v(x,y,z) = \rho_c\,\delta(x)\,\delta(y)$

8) (x_0, y_0, z_0) noktasında bulunan q noktasal yükü için hacimsel yük yoğunluğu

$$\rho_v = q\,\delta(x-x_0)\,\delta(y-y_0)\,\delta(z-z_0)$$



orijinal çizim, s. 3

orj. s. 4

$$\cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{A(\ln a - \ln b) + (V_a - V_b)}{b(\ln a - \ln b)} \vec{e}_\rho$$

$$\vec{F} = \int_{z=0}^{1} \int_{\phi=0}^{2\pi} \frac{\varepsilon}{4b} \left[\frac{A(\ln a - \ln b) + (V_a - V_b)}{\ln a - \ln b} \right]^2 \vec{e}_\rho \, d\phi \, dz$$

$$= \frac{\varepsilon\pi}{2b} \left[\frac{A(\ln a - \ln b) + (V_a - V_b)}{\ln a - \ln b} \right]^2 \vec{e}_\rho$$

Uygulama 8 (sayfa 43)

> *Şekil:* Basılı soru metni (Pr.-2) ve basılı şekil (a) içeriyor; dijitalleştirilmedi. Soru özeti: $x = 0$ ve $x = d$ iletken düzlemleri V_0 ve V_d potansiyelinde, aradaki bölge ε permitiviteli ve kaynaksız; potansiyel fonksiyonu, iletkenler üzerindeki yükler ve $C = Q_d/(V_d - V_0)$ isteniyor. Şekilde x ekseni yukarı; altta $x = 0$ (0), ε_1, V_0; üstte $x = d$, ε_3, V_d; ortada ε (2).
> *(orijinal notta, s. 4)*

a)

0 zaman ara bölgede:

$$\Delta V = 0 \Rightarrow \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} = 0 \Rightarrow V(x) = Ax + B$$

$$x = 0 \Rightarrow V(0) = V_0 = B$$

$$x = d \Rightarrow V(d) = V_d = Ad + V_0$$

$$A = \frac{V_d - V_0}{d}$$

$$\Rightarrow V(x) = \frac{V_d - V_0}{d} x + V_0$$

$$\vec{E} = -\operatorname{grad} V = -\frac{V_d - V_0}{d} \vec{e}_x$$

$x = d$ düzleminde

$$\underbrace{\varepsilon_3 E_n^{(3)}}_{0} - \varepsilon E_n^{(2)} = \rho_{s,d}$$

düzlemler iletken olduğundan kapattığı bölgenin içinde olan elektrik alanı dışarıya geçirmez.

$$\rho_{s,d} = -\varepsilon\left(-\frac{V_d - V_0}{d}\right)$$
$$= \frac{\varepsilon\,(V_d - V_0)}{d}$$
$$Q_d = \int_S \rho_{s,d}\,ds = \frac{\varepsilon}{d}(V_d - V_0)$$

$$C = \frac{Q_d}{V_d - V_0} = \frac{\varepsilon}{d}$$

$x = 0$ düzleminde

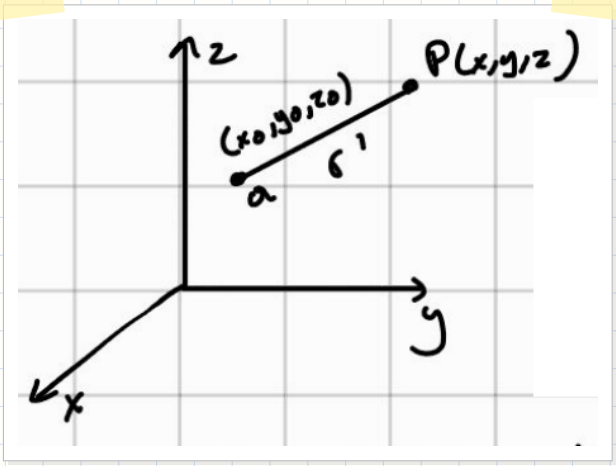
$$\varepsilon E_n^{(2)} - \varepsilon_1 E_n^{(1)} = \rho_{s,0} \Rightarrow \rho_{s,0} = -\frac{\varepsilon}{d}(V_d - V_0)$$

= ? okunamadı

S41 Pr1

$$\Delta\left(\frac{1}{r'}\right) = -4\pi\,\delta(x - x_0)\,\delta(y - y_0)\,\delta(z - z_0)$$

olduğunu gösteriniz



orijinal çizim, s. 4

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r'}$$

Poisson: $\Delta V = -\frac{\rho}{\varepsilon_0}$ (hacim içinde yük varsa)

$$\rho_v = q\,\delta(x-x_0)\,\delta(y-y_0)\,\delta(z-z_0)$$

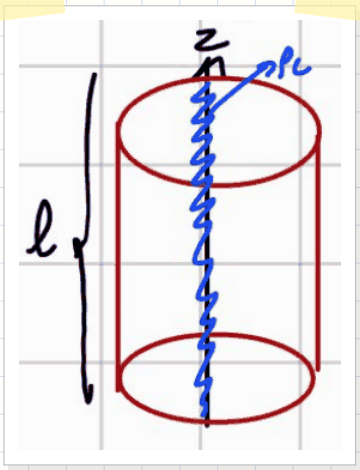
$$\Delta\underbrace{\left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r'}\right)}_{V} = \frac{-q}{\varepsilon_0}\,\delta(x-x_0)\,\delta(y-y_0)\,\delta(z-z_0)$$

$$\frac{1}{4\pi}\Delta\left(\frac{1}{r'}\right) = -\delta(x-x_0)\,\delta(y-y_0)\,\delta(z-z_0)$$

$$\Delta\left(\frac{1}{r'}\right) = -4\pi\,\delta(x-x_0)\,\delta(y-y_0)\,\delta(z-z_0)$$

Silindirik koordinatlarda olursa silindirik koordinatlardaki uzunluk $\rho^2 = (x-x_0)^2 + (y-y_0)^2$ olmak üzere

$$\Delta\left(\ln\frac{1}{\rho}\right) = -2\pi\,\delta(x-x_0)\,\delta(y-y_0)$$



orijinal çizim, s. 4

$Q = \ell\,\rho_c$ (ℓ uzunluğu boyunca), $\quad \oint_S \varepsilon_0\vec{E}\cdot d\vec{S} = \ell\,\rho_c$

$$\vec{E} = E_\rho(\rho)\,\vec{e}_\rho \qquad d\vec{S} = \rho\,d\phi\,dz\,\vec{e}_\rho$$

$$\int_{z=0}^{\ell}\int_{\phi=0}^{2\pi}\varepsilon_0 E_\rho(\rho)\,\rho\,d\phi\,dz = \ell\rho_c$$

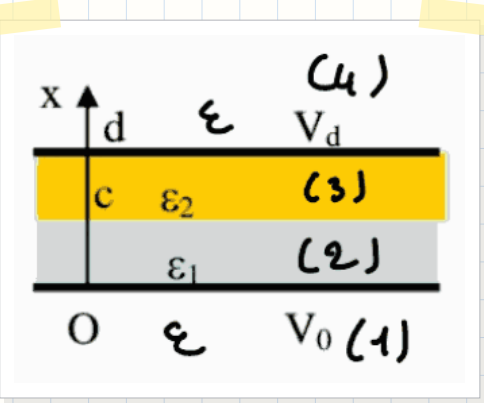
$$2\pi\ell\varepsilon_0\rho\,E_\rho(\rho) = \ell\rho_c$$

$$E_\rho(\rho) = \frac{\rho_c}{2\pi\varepsilon_0\rho} \Rightarrow \vec{E} = \frac{\rho_c}{2\pi\varepsilon_0\rho}\vec{e}_\rho$$

$$\vec{E} = -\operatorname{grad} V \Rightarrow \frac{\rho_c}{2\pi\varepsilon_0\rho} = -\frac{\partial V}{\partial\rho} \Rightarrow V = \frac{\rho_c}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{1}{\rho} + V_0$$

$$\Delta V = -\frac{\rho_v}{\varepsilon_0} \quad \text{ve} \quad \rho_v = \rho_c\,\delta(x-x_0)\,\delta(y-y_0)$$

orj. s. 5



orijinal çizim, s. 5

Ara bölgede $\Delta V = 0$

$$V(x) = \begin{cases} Ax + B, & 0 < x < c \\ Dx + F, & c < x < d \end{cases}$$

$x = 0$'da $V(0) = V_0 = B$

$x = d$'de $V(d) = V_d = Dd + F$

$F = V_d - Dd$

$x = c$ noktasında $V^{(2)}(c) = V^{(3)}(c)$

$Ac + V_0 = Dc + F$

$Ac + V_0 = Dc + V_d - Dd$

$$\boxed{Ac + V_0 = D(c - d) + V_d}$$

$x = c$ de

$$\varepsilon_2 E_n^{(3)} - \varepsilon_1 E_n^{(2)} = 0 \qquad \text{(yük yok)}$$

$$\varepsilon_1 \frac{\partial V^{(2)}}{\partial x} - \varepsilon_2 \frac{\partial V^{(3)}}{\partial x} = 0$$

$$\boxed{\varepsilon_1 A = \varepsilon_2 D \Rightarrow D = A\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}}$$

$$Ac + V_0 = A\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}(c - d) + V_d$$

$$A = \frac{\varepsilon_2(V_d - V_0)}{\varepsilon_1 d + c(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)}$$

$$D = \frac{\varepsilon_1(V_d - V_0)}{\varepsilon_1 d + c(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)}$$

$$F = V_d - Dd = \frac{cV_d(\varepsilon_2 - \varepsilon_1) + \varepsilon_1 d V_0}{\varepsilon_1 d + c(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)}$$

$$V(x) = \begin{cases} \dfrac{\varepsilon_2(V_d - V_0)}{\varepsilon_1 d + c(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)} x + V_0, & 0 < x < c \\ \dfrac{\varepsilon_1(V_d - V_0)}{\varepsilon_1 d + c(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)} x + \dfrac{cV_d(\varepsilon_2 - \varepsilon_1) + \varepsilon_1 d V_0}{\varepsilon_1 d + c(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)}, & c < x < d \end{cases}$$

$$\Delta\left(\frac{\rho_c}{2\pi\varepsilon_0}\ln\left(\frac{1}{\rho}\right)\right) + \Delta V_0 = \frac{-\rho_c}{\varepsilon_0}\delta(x - x_0)\,\delta(y - y_0)$$

$$\frac{\rho_c}{2\pi\varepsilon_0}\Delta(\ln(1/\rho)) = \frac{-\rho_c}{\varepsilon_0}$$

$$\Delta(\ln(1/\rho)) = -2\pi\,\delta(x - x_0)\,\delta(y - y_0)$$

Ders 10

$$V = \begin{cases} V_1(x,y,z); & x > a \\ V_2(x,y,z) & x < a \end{cases}$$

$$\Rightarrow \operatorname{grad} V = \{\operatorname{grad} V\} + \vec{e}_x \underbrace{\left[V_1 - V_2\right]\Big|_{x=a}}_{\Delta V|_{x=a}} \delta(x-a)$$

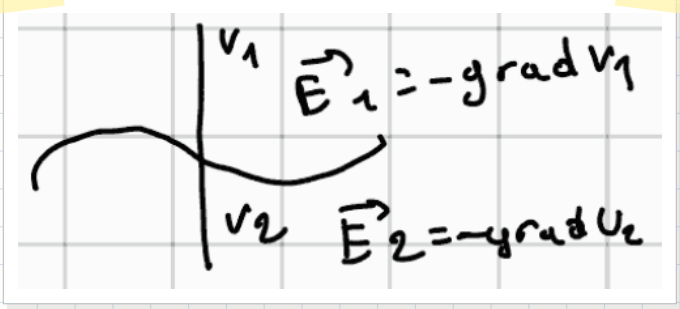
$$\{\operatorname{grad} V\} = \begin{cases} \operatorname{grad} V_1; & x > a \\ \operatorname{grad} V_2; & x < a \end{cases}$$

$$\vec{D} = \begin{cases} \vec{D}_1, & x > a \\ \vec{D}_2, & x < a \end{cases}$$

$$\Rightarrow \operatorname{div} \vec{D} = \begin{cases} \operatorname{div} \vec{D}_1; & x > a \\ \operatorname{div} \vec{D}_2; & x < a \end{cases} + \vec{e}_x \cdot \left(\vec{D}_1 - \vec{D}_2\right)\Big|_{x=a} \delta(x-a)$$

$$\vec{E} = \begin{cases} \vec{E}_1, & x > a \\ \vec{E}_2, & x < a \end{cases} \Rightarrow \operatorname{rot} \vec{E} = \begin{cases} \operatorname{rot} \vec{E}_1; & x > a \\ \operatorname{rot} \vec{E}_2; & x < a \end{cases}$$

çünkü $\vec{e}_x \times \vec{e}_x = 0$



orijinal çizim, s. 5

$$\vec{E} = -\operatorname{grad} V = \begin{cases} \vec{E}_1, & x > a \\ \vec{E}_2, & x < a \end{cases} + \vec{n}\left[V_1 - V_2\right]\Big|_S \delta(s)$$

$$\vec{D}_1 = \varepsilon_1 \vec{E}_1$$
$$\vec{D}_2 = \varepsilon_2 \vec{E}_2$$

$$\vec{D} = \begin{cases} \vec{D}_1; & \text{üst } (S) \\ \vec{D}_2; & \text{alt } (S) \end{cases}$$

$$\operatorname{div} \vec{D} = \begin{cases} \operatorname{div} \vec{D}_1 & \text{üst}(S) \\ \operatorname{div} \vec{D}_2 & \text{alt}(S) \end{cases} + \underbrace{\vec{n} \cdot \left(\vec{D}_1 - \vec{D}_2\right)\Big|_S}_{\rho_s} \delta(s)$$

$$\Rightarrow \rho = \begin{cases} \rho_1 \\ \rho_2 \end{cases} + \rho_s \, \delta(s)$$

orj. s. 6

$$\vec{E}(x) = \begin{cases} -\dfrac{\varepsilon_2(V_d - V_0)}{\varepsilon_1 d + c(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)}\vec{e}_x, & 0 < x < c \\ -\dfrac{\varepsilon_1(V_d - V_0)}{\varepsilon_1 d + c(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)}\vec{e}_x, & c < x < d \end{cases}$$

$$x = 0 \text{ da } \rho_{s,0} = \varepsilon_1 E_n^{(2)} - \underbrace{\varepsilon E_n^{(1)}}_{0}$$

$$= -\frac{\varepsilon_1\varepsilon_2(V_d - V_0)}{\varepsilon_1 d + c(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)}$$

$$x = d\text{'da } \rho_{s,d} = \underbrace{\varepsilon E_n^{(4)}}_{0} - \varepsilon_2 E_n^{(3)}$$

$$\rho_{s,d} = \frac{\varepsilon_1\varepsilon_2(V_d - V_0)}{\varepsilon_1 d + c(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)}$$

S.44 Pr5

> **Şekil:** Basılı soru metni (Pr.-5) içeriyor; dijitalleştirilmedi. Özet: iletken cismin dışındaki V potansiyeli biliniyorsa S üzerindeki toplam yükün $Q = -\int_S \varepsilon \frac{\partial V}{\partial n} dS$ ile bulunabileceği gösterilecek (n: S'in dışına yönelmiş normal, ε: dış ortamın dielektrik sabiti).
> *(orijinal notta, s. 6)*



orijinal çizim, s. 6

iletkenlerin sadece yüzeyinde yük birikir

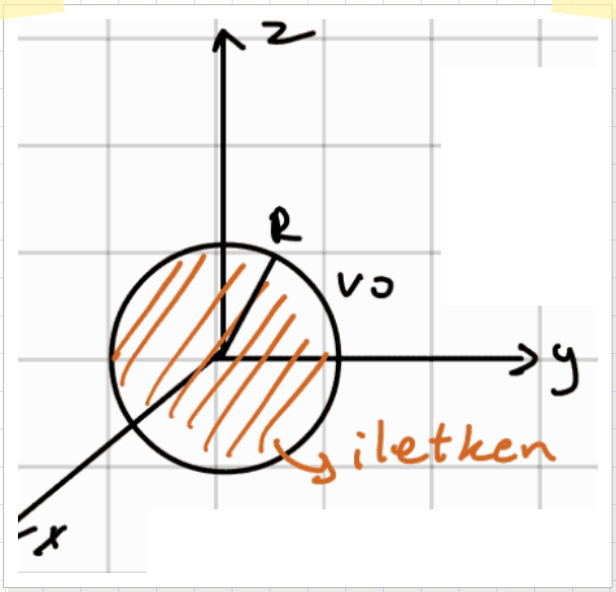
$$\varepsilon E_n^{(2)} - \underbrace{\varepsilon E_n^{(1)}}_{0} = \rho_s$$

$$\rho_s = \varepsilon E_n^{(2)} \Rightarrow \rho_s = -\varepsilon \frac{\partial V}{\partial n}$$

$$Q = \int_S \rho_s \, ds = -\int_S \varepsilon \frac{\partial V}{\partial n} ds$$

S.44 Pr6

Şekil: Basılı soru metni (Pr.-6) içeriyor; dijitalleştirilmedi.
Özet: R yarıçaplı iletken küre üzerinde potansiyel V_0;
küre üzerindeki Q yükü ve $C = Q/V_0$ isteniyor.
(orijinal notta, s. 6)



orijinal çizim, s. 6

küre iletken olduğu için içinde yük birikmez, içerde $\Delta V = 0$

$$\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial V}{\partial r}\right) = 0 \Rightarrow V(r) = \frac{A}{r} + B$$

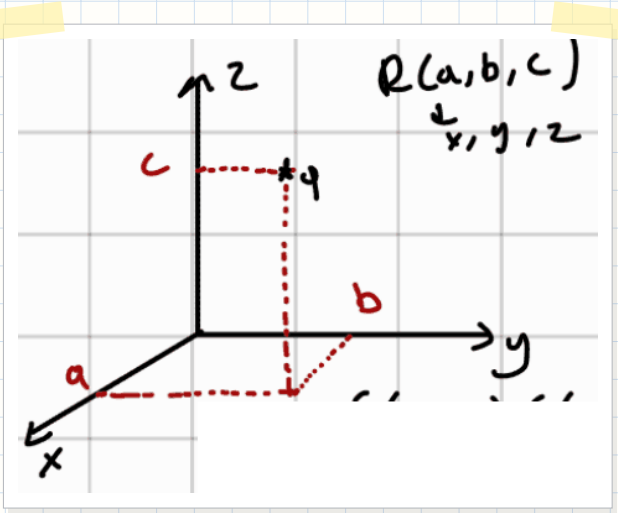
$$r \to \infty,\ V(r) \to 0 \Rightarrow B = 0$$

$$r = R,\ V(R) = V_0 \Rightarrow \frac{A}{R} = V_0 \Rightarrow A = V_0 R$$

$$V(r) = \frac{V_0 R}{r}$$

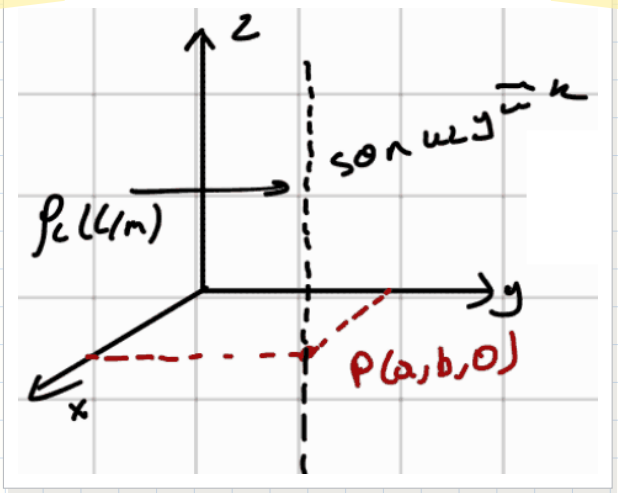
$$ds = r^2 \sin\theta\, d\theta\, d\phi$$

$$Q = -\int_S \varepsilon \frac{\partial V}{\partial n}\, ds$$



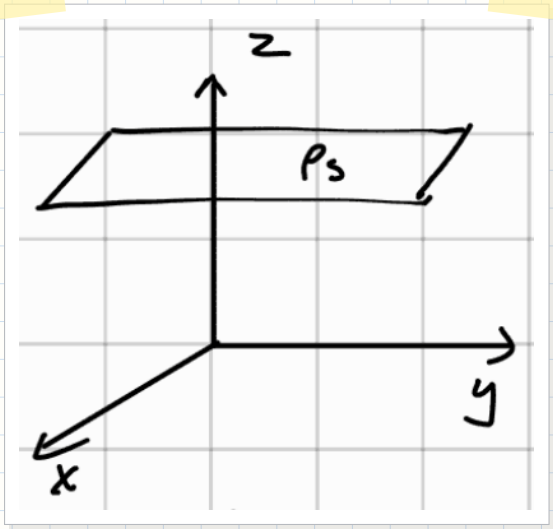
orijinal çizim, s. 6

$$\rho = q\,\underbrace{\delta(x-a)}_{1/m}\,\underbrace{\delta(y-b)}_{1/m}\,\underbrace{\delta(z-c)}_{1/m}\ [C/m^3]$$



orijinal çizim, s. 6

$$\rho = \rho_c\,\delta(x-a)\,\delta(y-b)$$



orijinal çizim, s. 6

$$\rho = \rho_s \, \delta(z - a) \; [C/m^3]$$

yük dağılımı sonlu ise sadece o bölgede geçerli olur.

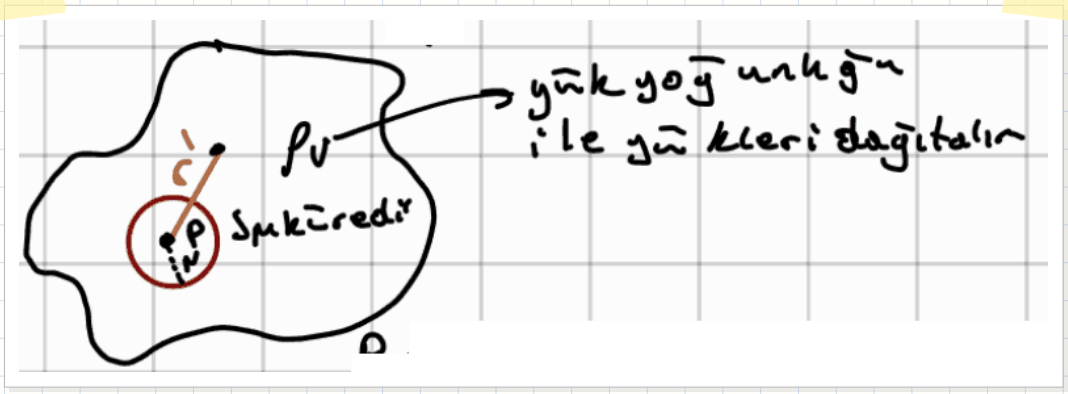
Ders 11

Yüzeysel yüke etki eden kuvvet

q_1—q_n tane yük olsun

q_1 yüküne etkiyen kuvvet

$$\vec{F}_1 = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon} \sum_{i=2}^{n} q_i \frac{\vec{r}_i}{r_i^3}$$



orijinal çizim, s. 6

P noktasına etki eden kuvveti hesaplayalım. S_μ küresi dışında bulunan bütün yükleri içerdeki birim yüke etki kuvvet Elektrik Alan. Bu kuvvet hesaplayıp $\mu \to 0$'a götürürse P noktasındaki elektrik alanı bulunur

orj. s. 7

$$= \int_{\theta=0}^{\pi}\int_{\phi=0}^{2\pi} \varepsilon \frac{V_0 R}{r^2} \underbrace{r^2 \sin\theta \, d\theta \, d\phi}_{ds}$$

$$Q = 4\pi\varepsilon V_0 R$$

$$C = \frac{Q}{V_0} = 4\pi\varepsilon R$$

Pr.-7

Şekil: Basılı soru metni (Pr.-7) ve şekil içeriyor; dijitalleştirilmedi. Özet: boşlukta R yarıçaplı sonsuz uzun iletken silindir, $\rho = 1$ yüzeyine göre V_0 potansiyelinde; birim uzunluktaki parçası üzerindeki Q yükü ve $C = Q/V_0$ isteniyor. Şekil: yatay silindir, kesikli $\rho = 1$ yüzeyi ($V = V_0$), silindir yüzeyi $V = V_R$, z ekseni, yarıçap R.
(orijinal notta, s. 7)

$$\rho > R \quad \Delta V = 0 \qquad V(\rho) = A \ln\rho + B$$

$$\rho = 1, \quad V_0 = A\ln 1 + B \Rightarrow B = V_0$$

$$\rho = R, \quad V_R = A\ln R + V_0 \Rightarrow A = \frac{V_R - V_0}{\ln R}$$

$$V(\rho) = \frac{\ln\rho}{\ln R}(V_R - V_0) + V_0$$

$$Q = -\int_S \varepsilon \frac{\partial V}{\partial n} ds = -\varepsilon \int_{z=0}^{1}\int_{\phi=0}^{2\pi} \frac{V_R - V_0}{\rho \ln R} \rho \, d\phi \, dz$$

$$Q = -2\pi\varepsilon \frac{V_R - V_0}{\ln R} \Rightarrow C = \frac{Q}{V_0} = -\frac{2\pi\varepsilon (V_R - V_0)}{V_0 \ln R}$$

Pr.-8

Şekil: Basılı soru metni (Pr.-8, şıklar a–e) ve şekil içeriyor; dijitalleştirilmedi. Özet: Q yüklü, a yarıçaplı küçük iletken küre, iletken ve yüksüz bir küresel kabuğun (b iç, c dış yarıçap) oyuğuna yerleştirilmiş; oyuktaki alan, kabuğun iç/dış yüzey yükleri, kabuk dışındaki alan, kürenin iç çepere dokundurulup çıkarılması ve küre yeniden Q ile yüklenirse sonuçların değişimi soruluyor. Şekil: kırmızı küresel kabuk, içinde küçük küre, b ve c yarıçap okları, bölge numaraları.
(orijinal notta, s. 7)

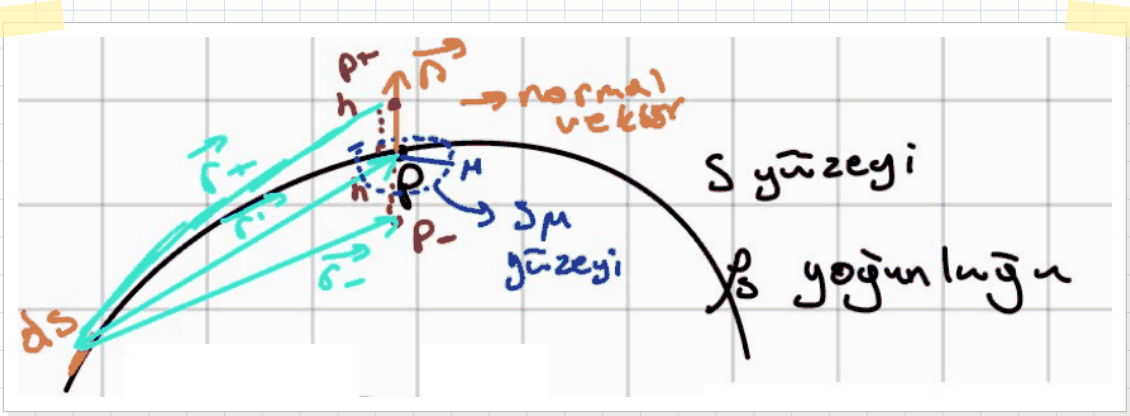
$$\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = Q$$

$$\int_{\theta=0}^{\pi}\int_{\phi=0}^{2\pi} \varepsilon E_r r^2 \sin\theta \, d\phi \, d\theta = Q$$

$$E_r = \frac{Q}{4\pi\varepsilon r^2} \Rightarrow \vec{E} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon r^2}\vec{e}_r$$

$$\vec{E}(P) = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\lim_{\mu\to 0}\int_{V-V_\mu} \rho_V \frac{\vec{r}'}{r'^3}\, dV$$

Şimdi yüklerin bir regüler S yüzeyi üzerine ρ_s yoğunluğu ile dağılmış bulunduklarını düşünelim ve S üzerindeki bir P noktasında birim yüke etki eden $E(P)$ kuvvetini hesaplamaya çalışalım.



orijinal çizim, s. 7

> *Şekil:* "S_μ nedir": S yüzeyini kesen turuncu bir silindir; kesilen taralı kısım S_μ; yanında "S yüzeyi" yazıyor. Sağda kitaptan basılı küçük bir şekil (S yüzeyi, P noktası, ds) var.
> *(orijinal notta, s. 7)*

P noktası üzerindeki elektrik alanı bulalım.

$$\vec{E}(P) = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\lim_{\mu\to 0}\int_{S-S_\mu} \rho_s \frac{\vec{r}'}{r'^3}\, ds$$

Daha basit bir yol bulmaya çalışalım

$$\vec{E}(P_+) = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\int_{S-S_\mu} \rho_s \frac{\vec{r}'_+}{r'^3_+}\, ds + \overbrace{\frac{1}{4\pi\varepsilon}\int_{S_\mu} \rho_s \frac{\vec{r}'_+}{r'^3_+}\, ds}^{e(h,\mu)\,\hat{n}}$$

$$\vec{E}(P_-) = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\int_{S-S_\mu} \rho_s \frac{\vec{r}'_-}{r'^3_-}\, ds + \underbrace{\frac{1}{4\pi\varepsilon}\int_{S_\mu} \rho_s \frac{\vec{r}'_-}{r'^3_-}\, ds}_{-e(h,\mu)\,\hat{n}}$$

(h'yi 0'a götürsek)

$$\lim_{P_+\to P}\vec{E}(P_+) = \vec{E}(P) + e(0,\mu)\,\hat{n}$$

$$\lim_{P_-\to P}\vec{E}(P_-) = \vec{E}(P) - e(0,\mu)\,\hat{n}$$

$$\vec{E}^+(P) = \vec{E}(P) + e(0,\mu)\,\hat{n}$$

$$\vec{E}^-(P) = \vec{E}(P) - e(0,\mu)\,\hat{n}$$

$\mu \to 0$**'a götürürsek**

$$\vec{E}^+(P) = \vec{E}(P) + e(0)\,\hat{n}$$
$$+\ \vec{E}^-(P) = \vec{E}(P) - e(0)\,\hat{n}$$
$$\vec{E}(P) = \frac{1}{2}\left[\vec{E}^+(P) + \vec{E}^-(P)\right]$$

$\Rightarrow$ **Herhangi bir** $\rho_s\,ds$ **yüzeysel yüküne etki eden kuvveti** $d\vec{F} = \frac{1}{2}\rho_s\,ds\left[\vec{E}^+ + \vec{E}^-\right]$

orj. s. 8

b) kabuğun iç ve dış yüzeylerinde biriken yükler nedir?

kabuk iletken malzemeden yapıldığı için $\vec{E} = 0,\ r \in (b, c)$

$$r = b \quad \rho_{s,b} = \underbrace{\varepsilon_1 E_n^{(2)}}_{0} - \varepsilon E_n^{(1)}$$

$$\rho_{s,b} = \frac{-\varepsilon Q}{4\pi\varepsilon b^2} = \frac{-Q}{4\pi b^2}$$

$$Q_b = \int_{\theta=0}^{\pi}\int_{\phi=0}^{2\pi} \frac{-Q}{4\pi b^2}\, b^2 \sin\theta\, d\phi\, d\theta$$

$$Q_b = -Q$$

kabuk nötr olduğundan dış yüzeyde $Q_c = -Q_b = Q$ kadar yük toplanır

c) $r > c$ iken

$$\oint_S \vec{D}\cdot d\vec{S} = Q + Q_b + Q_c = Q$$

$$\Rightarrow \vec{E} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon r^2}\vec{e}_r$$

d) küçük küre konum değiştirirse Q_b'nin dağılımı düzgün olmaktan çıkar, fakat toplam değeri asla değişmez. Tersine küçük küredeki Q yükü Q_b'yi nötralize eder, sadece Q_c kalır ve düzgün yayılmıştır.

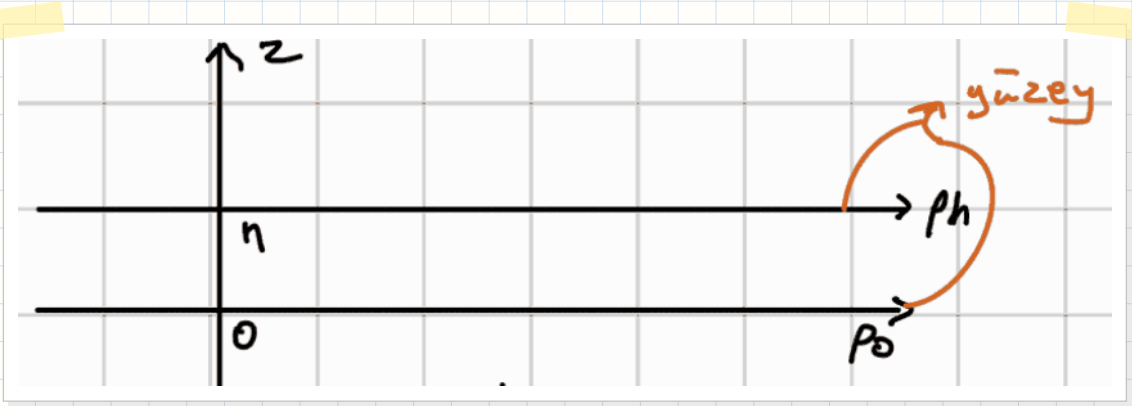
$r < c$ için $\vec{E} = 0$ olur

$r > c$ için $\vec{E}$ eskisi gibidir

> *Şekil:* Sayfanın altında basılı çözüm metni (şık e ve d'nin cevabı: $Q_c = 2Q$, $\vec{E} = \frac{2Q}{4\pi\varepsilon r^2}\vec{e}_r$ ($r > c$), Van de Graaff jeneratörü prensibi) bulunuyor; dijitalleştirilmedi.
> *(orijinal notta, s. 8)*

Sayfa 55 problem 1

> *Şekil:* Basılı soru metni (Pr.-1: $z = 0$ ve $z = h$ düzlemlerinde ρ_0 ve ρ_h yüzeysel yükleri; a–e şıkları) içeriyor; dijitalleştirilmedi.
> *(orijinal notta, s. 8)*



orijinal çizim, s. 8

sadece ρ_h'nin etkisi var diyelim

a) $\vec{E}(0) = \frac{-\rho_h}{2\varepsilon}\vec{e}_z$ $\vec{E}(h) = \frac{+\rho_0}{2\varepsilon}\vec{e}_z$

b) $z > h$:

$$\vec{E} = \frac{(\rho_0 + \rho_h)}{2\varepsilon}\vec{e}_z$$

$0 < z < h$:

$$\vec{E} = \frac{(\rho_0 - \rho_h)}{2\varepsilon}\vec{e}_z$$

$z < 0$

$$\vec{E} = \frac{-(\rho_0 + \rho_h)\vec{e}_z}{2\varepsilon}$$

c) $z = 0$:

$$\vec{E}(0) = \frac{1}{2}\left[\vec{E}^+(0) + \vec{E}^-(0)\right]$$
$$= \frac{1}{2}\left[\frac{(\rho_0 - \rho_h) - \rho_0 - \rho_h}{2\varepsilon}\right]\vec{e}_z = \frac{-\rho_h}{2\varepsilon}\vec{e}_z$$

$z = h$:

$$\vec{E}(h) = \frac{1}{2}\left[\vec{E}^+(h) + \vec{E}^-(h)\right]$$
$$\vec{E}(h) = \frac{1}{2}\left[\frac{\rho_0 + \rho_h + \rho_0 - \rho_h}{2\varepsilon}\right]\vec{e}_z = \frac{\rho_0}{2\varepsilon}\vec{e}_z$$

d) $z = 0$ düzleminde S alan parçasına etki eden kuvvet

$$d\vec{F} = \rho_0\, dS\, \frac{\left[\vec{E}^+(0) + \vec{E}^-(0)\right]}{2}$$

$$\vec{F} = \frac{-\rho_0\rho_h S}{2\varepsilon}\vec{e}_z$$

e)

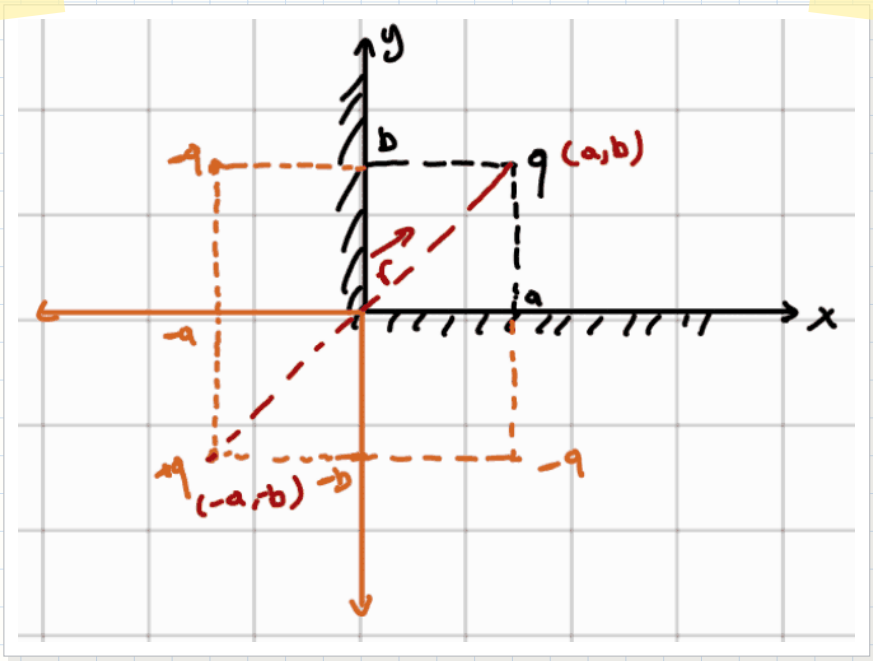
$$\rho_h = \rho_0 \Rightarrow \vec{F} = \frac{-\rho_0^2}{2\varepsilon}\vec{e}_z$$

$$\rho_h = -\rho_0 \Rightarrow \vec{F} = \frac{\rho_0^2}{2\varepsilon}\vec{e}_z$$

orj. s. 9

Uygulama 9 – Görüntü Teorisi (sayfa 57)

> **Şekil:** Basılı soru metni (Pr.-6) ve küçük şekil içeriyor; dijitalleştirilmedi. Özet: birbirine dik iki iletken yarı-düzlemin sınırladığı bölgede (a, b) noktasında noktasal q yükü var; düzlemler topraklanınca q yüküne etki eden kuvvet soruluyor (yer çekimi ihmal).
> *(orijinal notta, s. 9)*



orijinal çizim, s. 9

$$\vec{F} = \frac{q^2}{4\pi\varepsilon(2a)^2}(-\vec{e}_x) + \frac{q^2}{4\pi\varepsilon(2b)^2}(-\vec{e}_y) + \frac{q^2}{4\pi\varepsilon|\vec{r}|^2}\vec{e}_r$$

$$|\vec{r}| = 2\sqrt{a^2+b^2}$$

$$\vec{e}_r = \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|} = \frac{2a\,\vec{e}_x + 2b\,\vec{e}_y}{2\sqrt{a^2+b^2}} = \frac{a\,\vec{e}_x + b\,\vec{e}_y}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

$$\Rightarrow \vec{F} = \frac{q^2}{16\pi\varepsilon}\left[\vec{e}_x\left(-\frac{1}{a^2} + \frac{a}{(a^2+b^2)^{3/2}}\right) + \vec{e}_y\left(-\frac{1}{b^2} + \frac{b}{(a^2+b^2)^{3/2}}\right)\right]$$

sayfa 57

> *Şekil:* Basılı soru metinleri (Pr.-5: $z = 0$ iletken düzlemi, $z = a$ çizgisi üzerinde ρ_c yoğunluklu çizgisel yük, 1–4 şıkları; Pr.-7: Pr.-5'in şekildeki dörtte bir uzay için çözümü) ve şekil içeriyor; dijitalleştirilmedi.
> *(orijinal notta, s. 9)*

Ders 12

2.5.2 Dipol Dağılımları

$$\int_{-\infty}^{\infty} \underbrace{f(x)}_{u}\,\underbrace{\delta'(x-x_0)}_{v'}\,dx$$

$$= f(x)\,\delta(x-x_0)\Big|_{x=-\infty}^{x=\infty} - \int_{-\infty}^{\infty} \underbrace{f'(x)\,\delta(x-x_0)}_{f'(x_0)\,\delta(x-x_0)}\,dx$$

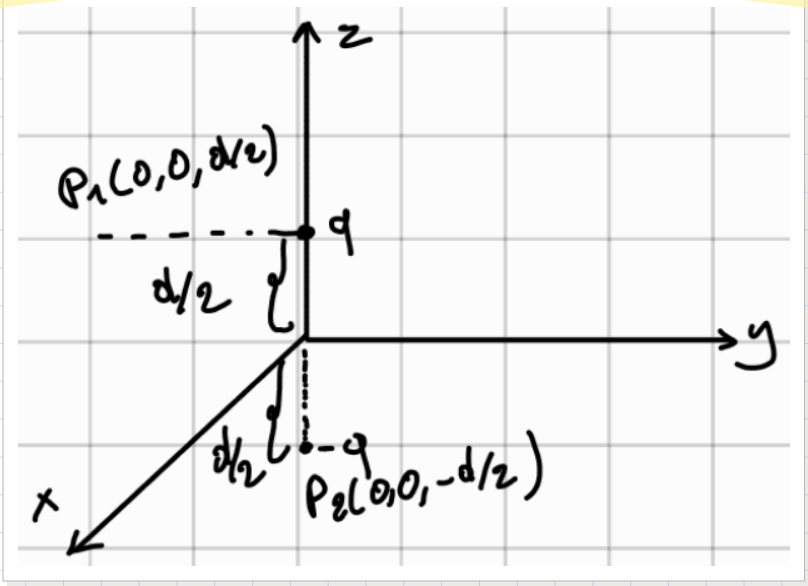
$$= f(x_0)\Big[\underbrace{\lim_{x\to\infty}\delta(x-x_0)}_{0} - \underbrace{\lim_{x\to-\infty}\delta(x-x_0)}_{0}\Big] - f'(x_0)\cdot 1$$

$$= -f'(x_0)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\,\delta^{(n)}(x-x_0)\,dx = (-1)^n f^{(n)}(x_0)$$

$$\langle \delta^{(n)}(x-x_0), f(x)\rangle = (-1)^n f^{(n)}(x_0)$$

$$\delta'(x-x_0) = \lim_{\Delta\to 0}\frac{\delta(x-x_0+\Delta)-\delta(x-x_0)}{\Delta}$$



orijinal çizim, s. 9

$$p = q \cdot d \quad \text{sabit}$$

$$\rho = q\,\delta(x)\delta(y)\delta(z - d/2) - q\,\delta(x)\delta(y)\delta(z + d/2)$$

$$= q\,\delta(x)\delta(y)\left[\frac{\delta(z - d/2) - \delta(z + d/2)}{d}\right] d$$

$$= -q\,d\,\delta(x)\delta(y)\left[\frac{\delta(z + d/2) - \delta(\overbrace{z - d/2}^{z'})}{d}\right]$$

$$= -p\,\delta(x)\delta(y)\left[\frac{\delta(z' + d) - \delta(z')}{d}\right]$$

$$\rho_{dipol} = \lim_{\substack{d\to 0 \\ q\to\infty}} \rho$$

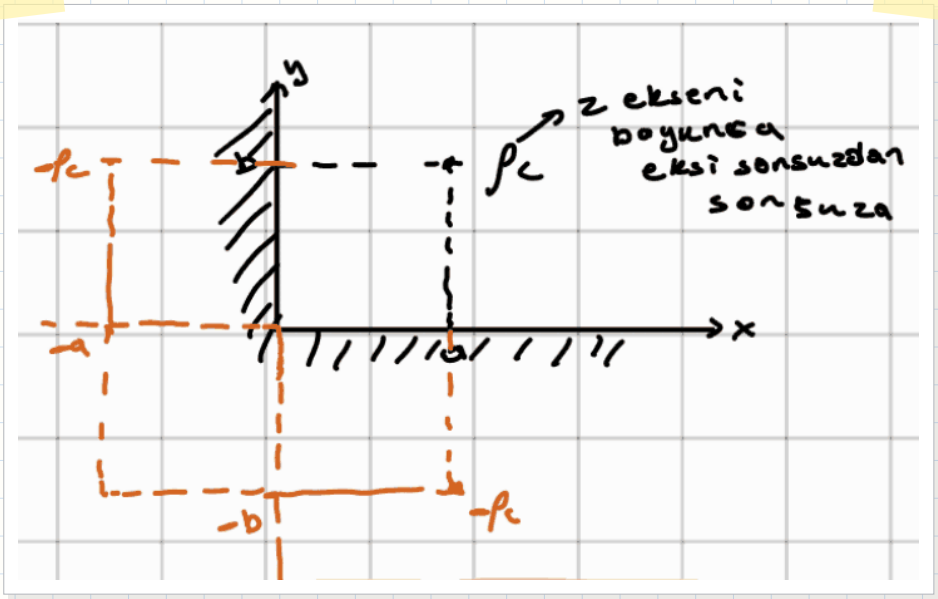
$$= \lim_{\substack{d\to 0 \\ q\to\infty}} (-p)\,\delta(x)\delta(y)\left[\frac{\delta(z' + d) - \delta(z')}{d}\right]$$

$$= -\delta(x)\delta(y) \lim_{\substack{d\to 0 \\ q\to\infty}} p \lim_{\substack{d\to 0 \\ q\to\infty}} \left[\frac{\delta(z' + d) - \delta(z')}{d}\right]$$

$$= -\delta(x)\delta(y)\,p\,\delta'(z')$$

$$\rho_{dipol} = -p\,\delta(x)\delta(y)\,\delta'(z - d/2)$$

orj. s. 10



orijinal çizim, s. 10

Sonsuz uzun çizgisel yük dağılımı için $\vec{E} = \frac{\rho_c}{2\pi\varepsilon\rho}\vec{e}_\rho$

$$\vec{E} = \frac{-\rho_c}{2\pi\varepsilon\, 2a}\vec{e}_x - \frac{\rho_c}{2\pi\varepsilon\, 2b}\vec{e}_y + \frac{\rho_c}{2\pi\varepsilon\, 2\sqrt{a^2+b^2}}\left(\frac{a\vec{e}_x + b\vec{e}_y}{\sqrt{a^2+b^2}}\right)$$

$$\vec{E} = \frac{-\rho_c}{4\pi\varepsilon(a^2+b^2)}\left[\vec{e}_x\frac{b^2}{a} + \vec{e}_y\frac{a^2}{b}\right]$$

$$\vec{F} = \int_{z=0}^{z=1}\rho_c\vec{E}\,dz = \rho_c\vec{E}$$

$$= \frac{-\rho_c^2}{4\pi\varepsilon(a^2+b^2)}\left[\vec{e}_x\frac{b^2}{a} + \vec{e}_y\frac{a^2}{b}\right]$$

> *Şekil:* Basılı soru metni (Pr.-8) ve şekil içeriyor; dijitalleştirilmedi. Özet: $z>0$ ve $z<0$ bölgelerinin dielektrik sabitleri ε_1 ve ε_2; $z>0$ bölgesindeki M_0 noktasına konan q yükünün potansiyelinin $V(M) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_1 r'} + \frac{q(\varepsilon_1-\varepsilon_2)}{4\pi\varepsilon_1(\varepsilon_1+\varepsilon_2)r_1'}$ $(z>0)$, $V(M) = \frac{2q\varepsilon_2}{4\pi\varepsilon_2(\varepsilon_1+\varepsilon_2)r'}$ $(z<0)$ olduğu gösterilecek ve $z=0$ düzleminde biriken toplam yük bulunacak. Şekilde el yazısıyla M_0 yanında (a,b,c) ve görüntü noktasının yanında "görüntü" yazıyor.
> *(orijinal notta, s. 10)*

1) Denk problem çözülmeden sınır değerleri yazalım

$z>0 \quad \Delta V = \frac{-\rho_v}{\varepsilon_1} = \frac{-q}{\varepsilon_1}\delta(x-a)\delta(y-b)\delta(z-c)$

$z<0 \quad \Delta V = 0$

$z=0$ sınır problemleri

$V_1 = V_2 \qquad \vec{n}\cdot\vec{D}_1 = \vec{n}\cdot\vec{D}_2$

$\vec{e}_z\cdot\vec{D}_1 = \vec{e}_z\cdot\vec{D}_2$

$d \to 0$'a gidiyorda

$$\rho_{z\,dipol} = -p\,\delta(x)\delta(y)\delta'(z)$$
$$\rho_{y\,dipol} = -p\,\delta(x)\delta'(y)\delta(z)$$
$$\rho_{x\,dipol} = -p\,\delta'(x)\delta(y)\delta(z)$$

$$\rho_{dipol} = -\operatorname{div}\vec{p}$$
$$= -\operatorname{div}\left[\vec{p}\,\delta(x-x_0)\,\delta(y-y_0)\,\delta(z-z_0)\right]$$

örnek $\vec{p} = p\,\vec{e}_z$

$$= -\operatorname{div}\left[p\,\vec{n}\,\delta(x-x_0)\,\delta(y-y_0)\,\delta(z-z_0)\right]$$

$$\boxed{\operatorname{div}(\vec{A}f) = f\operatorname{div}\vec{A} + \vec{A}\cdot\operatorname{grad}f}$$

$$= -\delta(x-x_0)\delta(y-y_0)\delta(z-z_0)\underbrace{\operatorname{div}(p\,\vec{n})}_{0} - p\,\vec{n}\cdot\operatorname{grad}\left[\delta(x-x_0)\delta(y-y_0)\delta(z-z_0)\right]$$

çünkü $\operatorname{div}\vec{n} = 0$

$$\boxed{\operatorname{div}\vec{e}_x = \frac{\partial 1}{\partial x} = 0}$$

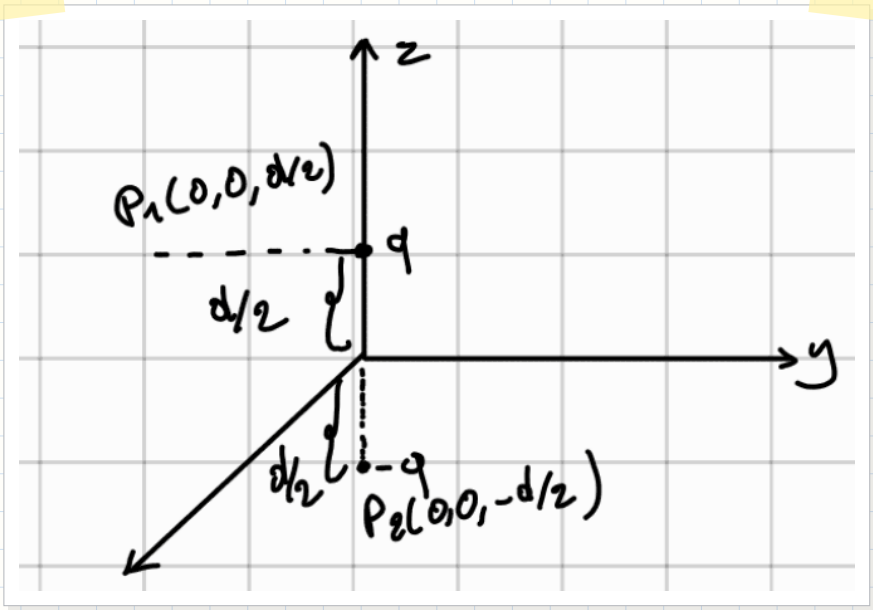
$$\Rightarrow \rho_{x\,dipol} = -p\,\vec{e}_x \cdot \operatorname{grad}\left[\delta(x-x_0)\delta(y-y_0)\delta(z-z_0)\right]$$

ve $\operatorname{grad}\left[\delta(x-x_0)\delta(y-y_0)\delta(z-z_0)\right]$

$$\begin{aligned} &= \delta'(x-x_0)\delta(y-y_0)\delta(z-z_0)\,\vec{e}_x \\ &+ \delta(x-x_0)\delta'(y-y_0)\delta(z-z_0)\,\vec{e}_y \\ &+ \delta(x-x_0)\delta(y-y_0)\delta'(z-z_0)\,\vec{e}_z \end{aligned}$$

ve $\vec{e}_x \cdot \vec{e}_x = 1$ diğerleri 0

$$\Rightarrow \rho_{x\,dipol} = -p\,\delta'(x-x_0)\,\delta(y-y_0)\,\delta(z-z_0)$$



orijinal çizim, s. 10

$$\rho_{dipol} = -p\,\vec{n} \cdot \operatorname{grad}\left[\delta(x)\delta(y)\delta(z)\right]$$

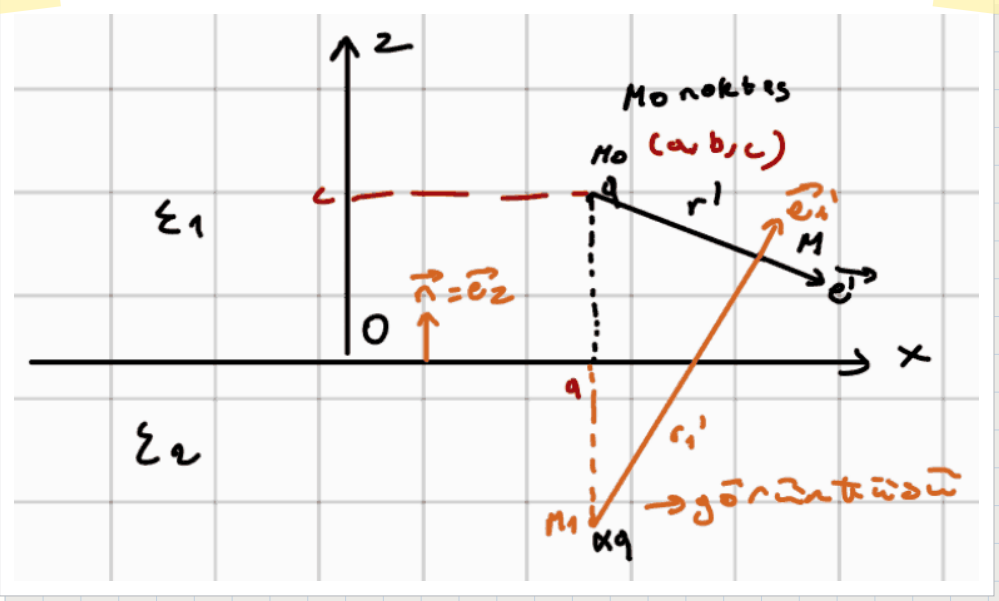
$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\iiint \frac{\rho_{dipol}}{r'}\underbrace{dv}_{dx'\,dy'\,dz'}$$

$$r' = \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2}$$

orj. s. 11

Şimdi de denk problemden bakalım

$z > 0$ $\quad \varepsilon_2 = \varepsilon_1$ seçelim



orijinal çizim, s. 11

M'nin $z > 0$ iken M_0 noktasında kaynaklanan potansiyel

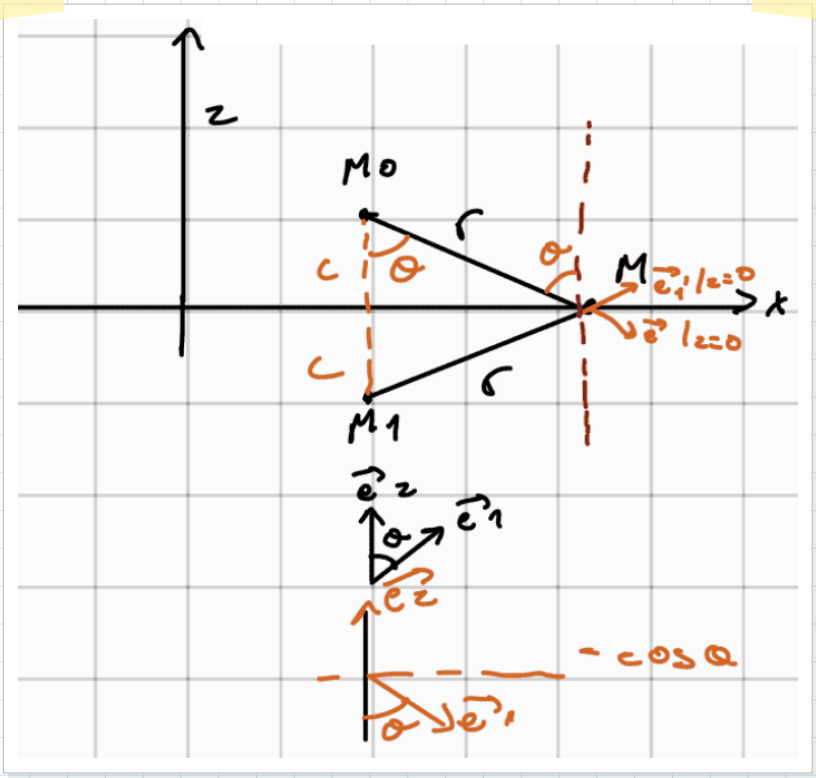
$$V_1 = \frac{q}{4\pi\varepsilon_1 r'} + \frac{\alpha q}{4\pi\varepsilon_1 r_1'}$$

$$\vec{E}_1 = -\operatorname{grad} V_1 = \frac{q}{4\pi\varepsilon_1}\left(\frac{1}{r'^2}\vec{e}' + \frac{\alpha}{r_1'^2}\vec{e}_1'\right)$$

$$V_1\Big|_{z=0} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_1}\left(\frac{1}{r} + \frac{\alpha}{r}\right)$$

$$= \frac{q}{4\pi\varepsilon_1 r}(1+\alpha)$$

$$\vec{e}_z \cdot \vec{D}_1\Big|_{z=0} = \frac{q}{4\pi}\left(\frac{\vec{e}_z \cdot \vec{e}'\big|_{z=0}}{r^2} + \alpha\frac{\vec{e}_z \cdot \vec{e}_1'\big|_{z=0}}{r^2}\right)$$



orijinal çizim, s. 11

$$= \frac{q}{4\pi r^2}(-\cos\theta + \alpha\cos\theta)$$

$$\boxed{= \frac{qc}{4\pi r^3}(\alpha - 1)}$$

$z < 0$ bölgesinde $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$ olduğunu varsayarak M_0'a bir q_1 yükü yerleştirerek denk problemi tanımlayalım

$$V(x,y,z) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \iiint_{x'y'z'=-\infty}^{\infty} \frac{-p\vec{n}\cdot \text{grad}[\delta(x')\delta(y')\delta(z')]}{\sqrt{(x-x')^2+(y-y')^2+(z-z')^2}}\,dx'\,dy'\,dz'$$

$$V = \frac{-p\vec{n}}{4\pi\varepsilon_0}\left[\vec{e}_x \iiint_{x'y'z'=-\infty}^{\infty} \frac{\delta'(x')\delta(y')\delta(z')}{\sqrt{(x-x')^2+(y-y')^2+(z-z')^2}}\,dx'dy'dz'\right.$$

$$+ \vec{e}_y \iiint_{x'y'z'=-\infty}^{\infty} \frac{\delta(x')\delta'(y')\delta(z')}{\sqrt{(x-x')^2+(y-y')^2+(z-z')^2}}\,dx'dy'dz'$$

$$\left. + \vec{e}_z \iiint_{x'y'z'=-\infty}^{\infty} \frac{\delta(x')\delta(y')\delta'(z')}{\sqrt{(x-x')^2+(y-y')^2+(z-z')^2}}\,dx'dy'dz'\right]$$

$$\delta(y')f(y') = f(0)\delta(y')$$

$$V = \frac{-p\,\vec{n}}{4\pi\varepsilon_0}\left[\vec{e}_x \iiint_{x'y'z'=-\infty}^{\infty} \frac{\delta'(x')\delta(y')\delta(z')}{\sqrt{(x-x')^2+y^2+z^2}}\,dx'dy'dz'\right.$$
$$+ \vec{e}_y \iiint_{x'y'z'=-\infty}^{\infty} \frac{\delta(x')\delta'(y')\delta(z')}{\sqrt{x^2+(y-y')^2+z^2}}\,dx'dy'dz'$$
$$\left.+ \vec{e}_z \iiint_{x'y'z'=-\infty}^{\infty} \frac{\delta(x')\delta(y')\delta'(z')}{\sqrt{x^2+y^2+(z-z')^2}}\,dx'dy'dz'\right]$$

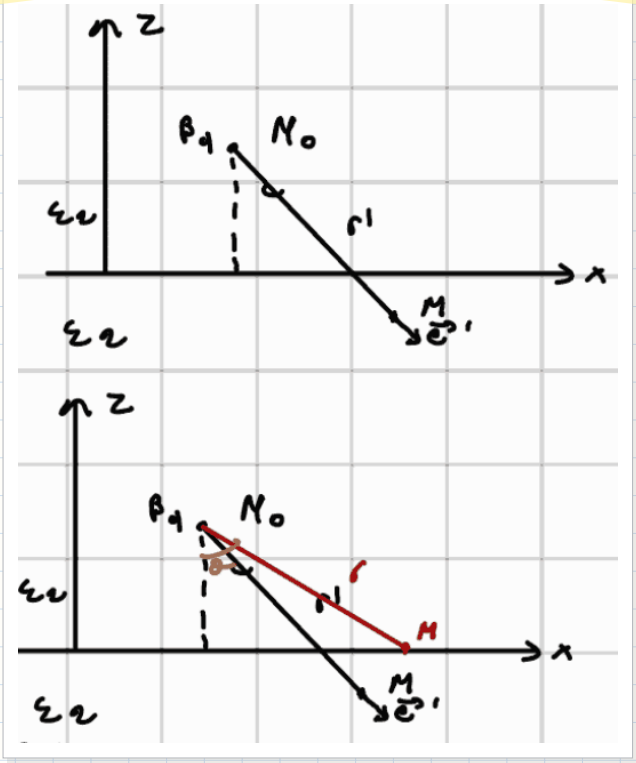
$$\int_{x'=-\infty}^{\infty} \frac{\delta'(x')}{\sqrt{(x-x')^2+y^2+z^2}}\,dx' \cdot \underbrace{\int_{-\infty}^{\infty}\delta(y')\,dy'}_{1}\underbrace{\int_{-\infty}^{\infty}\delta(z')\,dz'}_{1}$$

$$V = \frac{-p\,\vec{n}}{4\pi\varepsilon_0}\left[\vec{e}_x \int_{x'=-\infty}^{\infty}\left[(x-x')^2+y^2+z^2\right]^{-1/2}\delta'(x')\,dx'\right.$$
$$+ \vec{e}_y \int_{y'=-\infty}^{\infty}\left[x^2+(y-y')^2+z^2\right]^{-1/2}\delta'(y')\,dy'$$
$$\left.+ \vec{e}_z \int_{z'=-\infty}^{\infty}\left[x^2+y^2+(z-z')^2\right]^{-1/2}\delta'(z')\,dz'\right]$$

$$\int_{-\infty}^{\infty}\delta^{(n)}(x-x_0)\,f(x) = (-1)^n f^{(n)}(x_0)$$

$$V = \frac{-p\,\vec{n}}{4\pi\varepsilon_0}\left[\vec{e}_x \cdot \frac{1}{2}\cdot\frac{2(x-x')(-1)}{\left[(x-x')^2+y^2+z^2\right]^{3/2}}\right|_{x'=0}$$
$$+ \vec{e}_y \left.\frac{(y-y')(-1)}{\left[x^2+z^2+(y-y')^2\right]^{3/2}}\right|_{y'=0}$$
$$\left.+ \vec{e}_z \frac{(z-z')(-1)}{\left[x^2+y^2+(z-z')^2\right]^{3/2}}\right|_{z'=0}\Bigg]$$

orj. s. 12



orijinal çizim, s. 12

$$V_2 = \frac{\beta q}{4\pi\varepsilon_2 r'}$$

$$\begin{aligned}\vec{E}_2 &= -\operatorname{grad} V_2 \\ &= -\frac{\partial V}{\partial r'}\vec{e}' \\ &= \frac{\beta q}{4\pi\varepsilon_2 r'^2}\vec{e}'\end{aligned}$$

$$z = 0 \quad V_2\big|_{z=0} = \frac{\beta q}{4\pi\varepsilon_2 r'}$$

$$\begin{aligned}\vec{e}_z \cdot \vec{D}_2\big|_{z=0} &= \frac{\beta q}{4\pi r^2}\vec{e}_z \cdot \vec{e}'\big|_{z=0} \\ &= -\frac{\beta q}{4\pi r^2}\cos\theta \\ &= -\frac{\beta q c}{4\pi r^3}\end{aligned}$$

$$V_1\big|_{z=0} = V_2\big|_{z=0}$$

$$\frac{q}{4\pi\varepsilon_1 r}(1+\alpha) = \frac{\beta q}{4\pi\varepsilon_2 r}$$

$$\Rightarrow \boxed{\varepsilon_2(1+\alpha) = \varepsilon_1\beta}$$

$$\vec{e}_z \cdot \vec{D}_1\big|_{z=0} = \vec{e}_z \cdot \vec{D}_2\big|_{z=0}$$

$$\Rightarrow \frac{qc}{4\pi r^3}(\alpha - 1) = \frac{-\beta q c}{4\pi r^3}$$

$$(\alpha - 1) = -\beta \Rightarrow \boxed{1 - \alpha = \beta}$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}$$

$$\beta = \frac{2\varepsilon_2}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2} \qquad V_1 = \frac{q}{4\pi\varepsilon_1 r'} + \frac{\alpha q}{4\pi\varepsilon_1 r_1'}$$

$$V(M) = \begin{cases} V_1, & z > 0 \\ V_2, & z < 0 \end{cases} = \begin{cases} \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_1 r'} + \dfrac{q(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)}{4\pi\varepsilon_1(\varepsilon_1 + \varepsilon_2) r_1'}, & z > 0 \\ \dfrac{2q\varepsilon_2}{4\pi\varepsilon_2(\varepsilon_1 + \varepsilon_2) r'}, & z < 0 \end{cases}$$

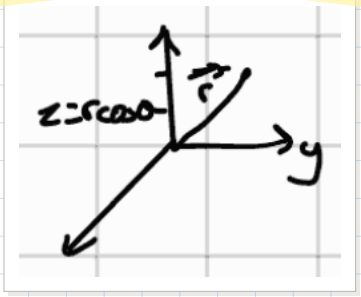
$z = 0$ düzleminde biriken yükü bulalım

$$\Delta V = \frac{-\rho_v(x, y, z)}{\varepsilon} \qquad V\Big|_{z=0} = V_0$$

$$V = \frac{p\vec{n}}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{x\vec{e}_x + y\vec{e}_y + z\vec{e}_z}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}}\right] = \frac{p \cdot \vec{n}}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{\vec{r}}{r^3}\right]$$

$$\vec{E} = -\operatorname{grad} V = \frac{-p}{4\pi\varepsilon_0}\vec{n}\operatorname{div}\left(\frac{\vec{r}}{r^3}\right)$$

$$\operatorname{grad}(\vec{a} \cdot \vec{b}) = \vec{a}\operatorname{div}\vec{b} + \vec{b}\underbrace{\operatorname{div}\vec{a}}_{0} \qquad (\vec{a} \to \vec{n})$$



orijinal çizim, s. 12

$$\vec{n} = \vec{e}_z \qquad V = \frac{p\vec{e}_z \cdot \vec{r}}{4\pi\varepsilon_0 r^3}$$

$$= \frac{pz}{4\pi\varepsilon_0 r^3}$$

$$= \frac{pr\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^3} = \frac{p\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

$$\Delta V = \frac{-\rho}{\varepsilon_0} \quad \text{(Poisson denkleminin çözümü)} \qquad V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\iiint \frac{\rho}{r'}\,dv$$

Ders 13

Boş uzayda $\vec{E} = -\operatorname{grad} V \qquad \vec{D} = \varepsilon_0\vec{E} \qquad \vec{D} \parallel \vec{E}$

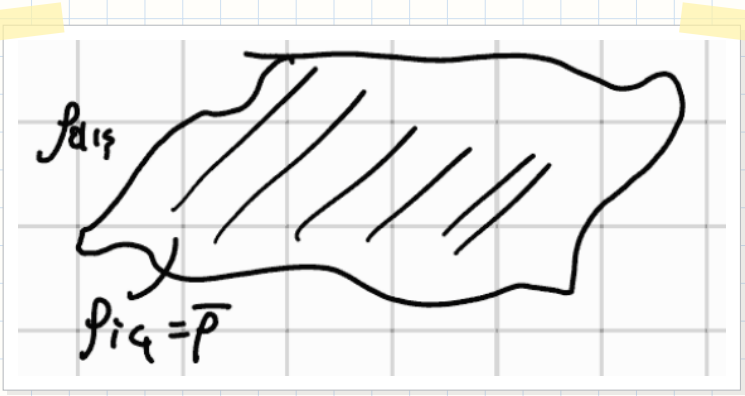


orijinal çizim, s. 12

$$\Delta V = \frac{-\rho_{dış}}{\varepsilon_0}$$

$$\operatorname{div} \vec{D} = \operatorname{div}(\varepsilon_0 \vec{E}) = \rho = \rho_{dış}$$

Boş olmayan ortam



orijinal çizim, s. 12

Olayları yaratan dış yüklerin yoğunluğu olsun. Zamanla ortamın fiziksel varlığından ötürü iç yükler yer değiştirerek belirginleşir ve yarattığı alan $\vec{E}$'ye katkıda bulunur.

> *Şekil:* Sayfanın altında basılı kitap metni (denklemler (2.16) ve (2.17); kısmen sarı vurgulu) bulunuyor; dijitalleştirilmedi. Özet: dış yüklerin yoğunluğu ρ, belirginleşen iç yüklerin yoğunluğu $\bar{\rho}$; $\operatorname{div} \varepsilon_0 \vec{E} = \rho + \bar{\rho}$ (2.16); $\bar{\rho}(\vec{E}) = -\operatorname{div}[\varepsilon_0 \chi(\vec{E})\vec{E}]$ (2.17).
> *(orijinal notta, s. 12)*

orj. s. 13

$$V = f(x, y, z) - f(x, y, -z) + V_0$$

$$\Delta V = \Delta f(x, y, z) - \underbrace{\Delta f(x, y, -z)}_{0} + \underbrace{\Delta V_0}_{0}$$

sadece $z > 0$ potansiyelin ? *etkisini*

$$\rho(x, y, z) = -\varepsilon_1 \Delta V\Big|_{z>0}$$

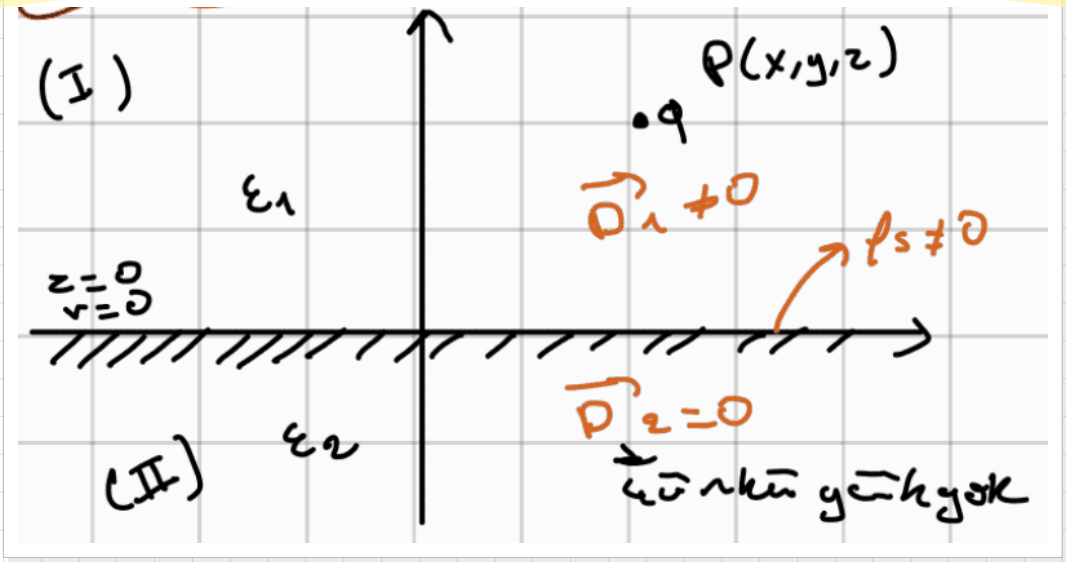
$$\operatorname{div}(\varepsilon_0 \vec{E}) = \rho = \rho_{dış} + \bar{\rho}$$
$$\bar{\rho} = -\operatorname{div}(\varepsilon_0 \chi(\vec{E})\vec{E})$$
$$\Rightarrow \operatorname{div}(\varepsilon_0 \vec{E}) - \bar{\rho} = \rho_{dış}$$
$$\operatorname{div}(\varepsilon_0 \vec{E}) + \operatorname{div}(\varepsilon_0 \chi(\vec{E}) \cdot \vec{E}) = \rho_{dış}$$
$$\operatorname{div}\Big(\varepsilon_0 \underbrace{(1 + \chi(\vec{E}))}_{\varepsilon_r > 1} \cdot \vec{E}\Big) = \rho_{dış}$$

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \vec{E} = \varepsilon \vec{E}$$
$$\Rightarrow \operatorname{div} \vec{D} = \rho_{dış} = \operatorname{div}(\varepsilon \vec{E})$$
$$\Delta V = \frac{-\rho_{dış}}{\varepsilon_0}$$

$$\vec{E} = -\operatorname{grad} V \qquad \vec{D} = \varepsilon \vec{E} \qquad \operatorname{rot} \vec{E} = 0$$
$$\operatorname{div} \vec{D} = \rho_{dış} \qquad \vec{F} = q\vec{E}$$

yüzey üzerinde potansiyel sabitse ve içerde yük yoksa iç bölgede potansiyel sabittir, elektrik alan da sabittir ve içerde $\rho = 0$

Görüntü kavramı ve yöntemi



orijinal çizim, s. 13

$$\rho_s = \vec{e}_z(\vec{D}_1 - \underbrace{\vec{D}_2}_{0})\Big|_{z=0}$$
$$= \vec{e}_z \cdot \vec{D}_1\Big|_{z=0} = -\vec{e}_z \varepsilon_1 \operatorname{grad} V_1\Big|_{z=0}$$

$z < 0$ bölgesi (ε_2 dielektrik sabitli değil)

$$V_2 = 0 \text{ sabit}$$
$$\vec{E}_2 = 0;\ \vec{D}_2 = 0$$

II'nci bölgede yük olmadığından ve $z = 0$ yüzeyi üzerinde $V = 0$ sabit olduğundan bölge iletkendir ve potansiyeli $V_2 = 0$ olur

$z > 0$ bölgesi (ε_1 dielektrik sabitli bölge)

$$V_1 = ? \qquad \vec{E} = -\operatorname{grad} V_1;\ \vec{D}_1 = \varepsilon_1 \vec{E}_1 = -\varepsilon_1 \operatorname{grad} V_1$$

$$\rho = q\,\delta(x-x_0)\,\delta(y-y_0)\,\delta(z-z_0) \neq 0$$

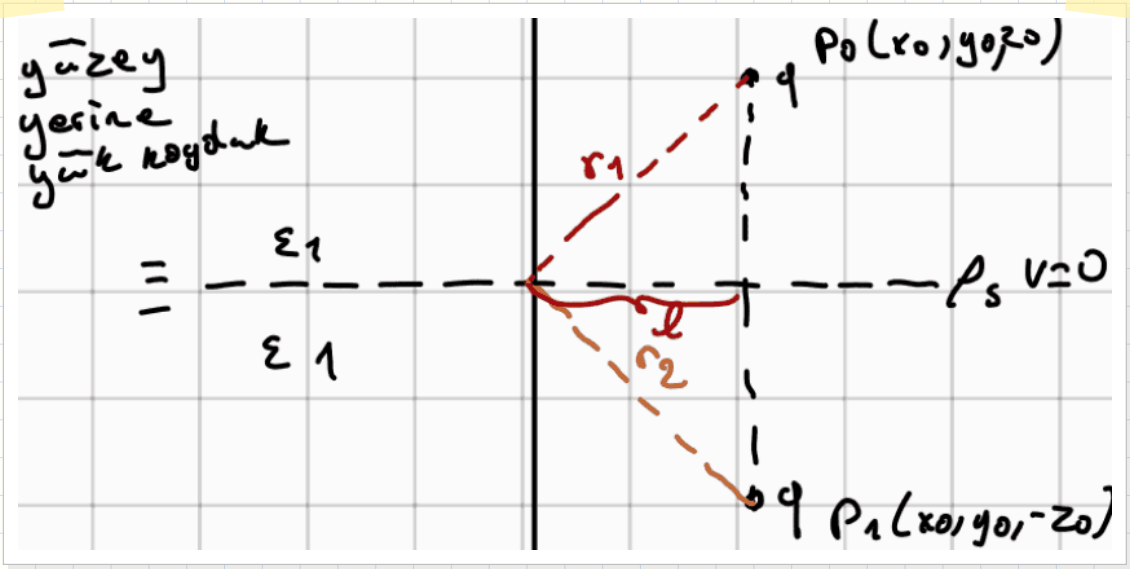
orj. s. 14

I'nci bölge ise II gibi iletken bir bölge değil $V_1 \neq 0$

(I) V_1'in sağladığı diferansiyel denklem ve sınır koşul dikkate alınmalı:

$$z > 0 \text{ da } \begin{cases} \Delta V_1 = \dfrac{-\rho}{\varepsilon_1} = \dfrac{-q\,\delta(x-x_0)\delta(y-y_0)\delta(z-z_0)}{\varepsilon_1} \\ V_1\big|_{z=0} = 0 \qquad \lim\limits_{z\to\infty} V_1 \text{ için } \infty \end{cases}$$

Eşörnek problem: ($z > 0$ bölgesi bakımından)



orijinal çizim, s. 14

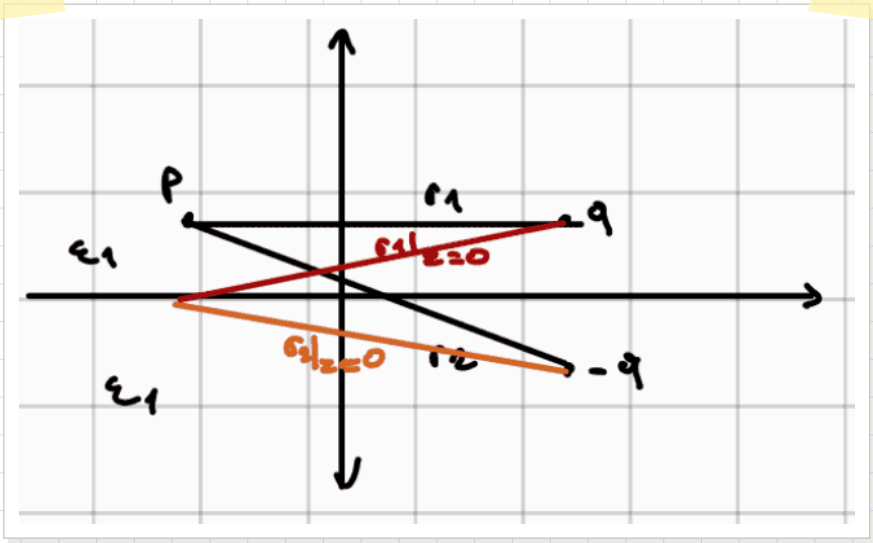
$$z > 0 \text{ da } \Delta V_1 = \frac{-\rho_1}{\varepsilon_1} = \frac{-q\,\delta(x-x_0)\delta(y-y_0)\delta(z-z_0)}{\varepsilon_1}$$

$$V_q\big|_{z=0} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_1 r_1} \qquad V_{-q}\big|_{z=0} = \frac{-q}{4\pi\varepsilon_1 r_2}$$

$$r_1 = r_2 = \sqrt{z_0^2 + \ell^2}$$

⋆ **Sadece tüm uzay homojense ?çalışan yöntem geçerli**

$$V\big|_{z=0} = V_q\big|_{z=0} + V_{-q}\big|_{z=0} = 0$$



orijinal çizim, s. 14

$$V_P = \frac{q}{4\pi\varepsilon_1 r_1} - \frac{q}{4\pi\varepsilon_1 r_2} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_1}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$$

$$V_P\Big|_{z=0} = 0$$

$$z > 0 \quad V_1 = \frac{q}{4\pi\varepsilon_1}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$$

$$z < 0 \quad V_2 = 0$$

orj. s. 15

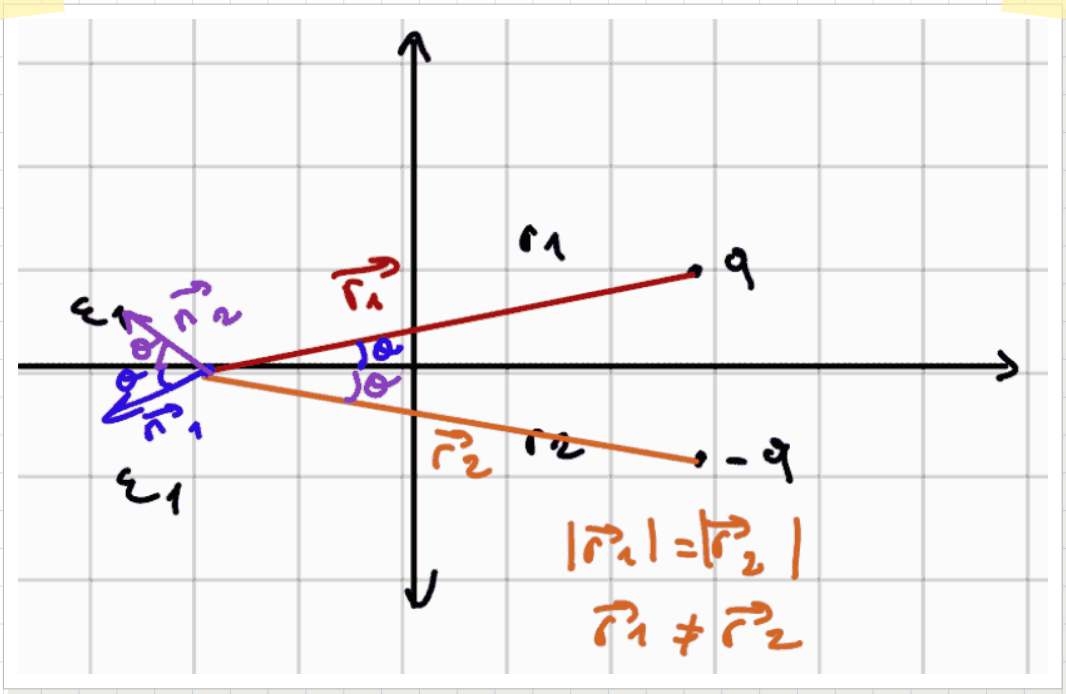
$$\Rightarrow \vec{E}_1 = -\operatorname{grad} V_1 = \frac{q}{4\pi\varepsilon_1}\left(\frac{\vec{r}_1}{r_1^3} - \frac{\vec{r}_2}{r_2^3}\right)$$

$$\vec{D}_1 = \varepsilon_1\vec{E}_1 = \frac{q}{4\pi}\left(\frac{\vec{r}_1}{r_1^3} - \frac{\vec{r}_2}{r_2^3}\right)$$

$$\rho_s\Big|_{z=0} = \vec{e}_z(\vec{D}_1 - \vec{D}_2)\Big|_{z=0} = \vec{e}_z \cdot \vec{D}_1\Big|_{z=0}$$

$$\rho_s = \frac{q}{4\pi}\vec{e}_z\left(\frac{\vec{r}_1}{r_1^3}\Big|_{z=0} - \frac{\vec{r}_2}{r_2^3}\right)\Big|_{z=0}$$

$$\vec{r}_1\Big|_{z=0} = r_1\vec{n}_1\Big|_{z=0}$$

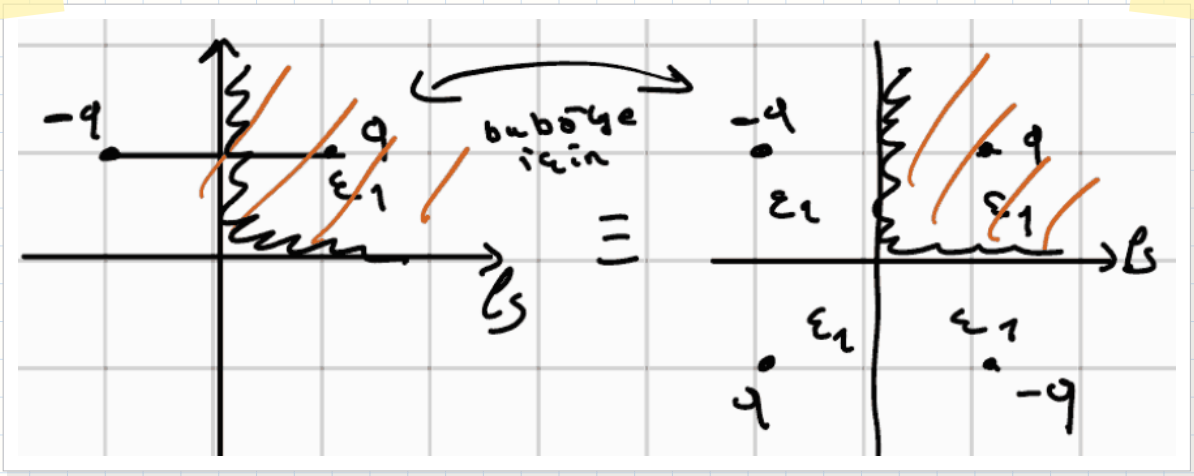


orijinal çizim, s. 15

$$\vec{r}_1\big|_{z=0} = r_1\big|_{z=0}\,\vec{n}_1\big|_{z=0} = r_1\left[\cos\theta\,\vec{e}_\ell - \sin\theta\,\vec{e}_z\right]$$
$$\vec{r}_2\big|_{z=0} = r_2\big|_{z=0}\,\vec{n}_2\big|_{z=0} = r_2\left[\cos\theta\,\vec{e}_\ell + \sin\theta\,\vec{e}_z\right]$$

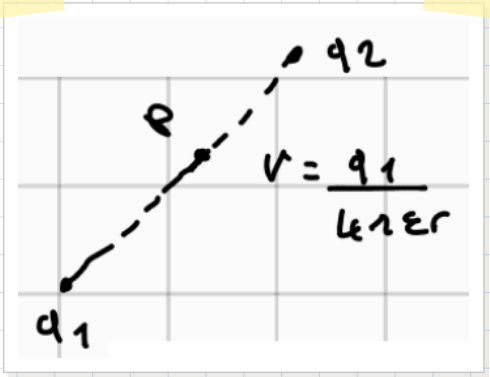
$$\rho_s = \frac{q}{4\pi}\,\vec{e}_z\left(\underbrace{\frac{\vec{r}_1\big|_{z=0}}{(r_1\big|_{z=0})^3}}_{r^3} - \underbrace{\frac{\vec{r}_2\big|_{z=0}}{(r_2\big|_{z=0})^3}}_{r^3}\right)$$
$$= \frac{q}{4\pi}\frac{\vec{e}_z}{r^3}\left(\vec{r}_1\big|_{z=0} - \vec{r}_2\big|_{z=0}\right)$$
$$= \frac{q}{4\pi r^3}\,\vec{e}_z\Big[r\cos\theta\,\vec{e}_\ell - r\sin\theta\,\vec{e}_z - r\cos\theta\,\vec{e}_\ell + r\sin\theta\,\vec{e}_z\Big]$$
$$= \frac{-q\sin\theta}{2\pi r^2} \quad \text{ve} \quad \sin\theta = \frac{\text{karşı}}{\text{hipo}} = \frac{z_0}{r}$$
$$= \frac{-q\,z_0}{2\pi r^3} \quad (\mathrm{C/m^2})$$

yüzeyin üzerindeki yük 0 değildir ve değişkendir



orijinal çizim, s. 15

orj. s. 16



orijinal çizim, s. 16

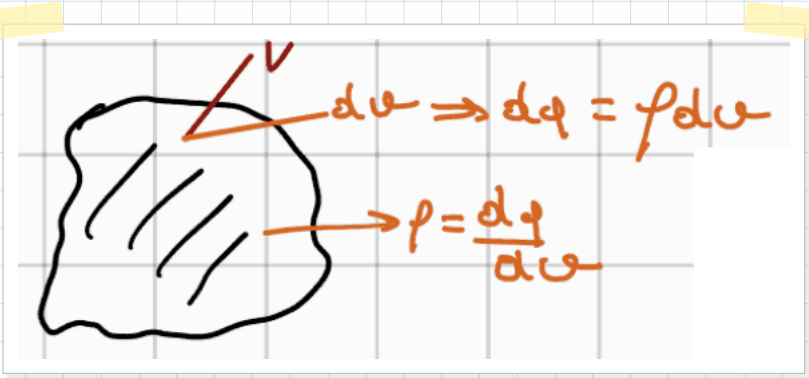
q_1 başta vardı, q_2 uzaktan getirildi

$$W = q_2(V_1 - \underbrace{V_\infty}_{0}) = q_2 \frac{q_1}{4\pi\varepsilon r}$$

$$\Rightarrow W = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} q_i V_i$$

3 tane yük var olsun

$$W = W_{13} + W_{23} + W_{12}$$
$$= \frac{q_3 q_1}{4\pi\varepsilon r_{13}} + \frac{q_3 \cdot q_2}{4\pi\varepsilon r_{23}} + \frac{q_1 \cdot q_2}{4\pi\varepsilon r_{12}}$$



orijinal çizim, s. 16

$$dW = \frac{1}{2}\rho\, dv \cdot V$$

$$W = \frac{1}{2}\int_V \rho V\, dv = \frac{1}{2}\int \underbrace{\rho}_{\operatorname{div}\vec{D}} V\, dv$$

$$= \frac{1}{2}\int \operatorname{div}\vec{D}\, V\, dv$$

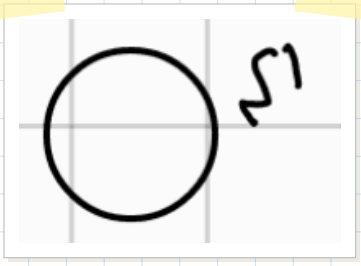
$$\vec{E} = -\operatorname{grad} V = -\frac{\partial V}{\partial n}\vec{n}$$

$$= \frac{1}{2}\int \rho V\, dv = \frac{1}{2}\int \vec{E}\cdot \underbrace{\vec{D}}_{\varepsilon\vec{E}}\, dv$$

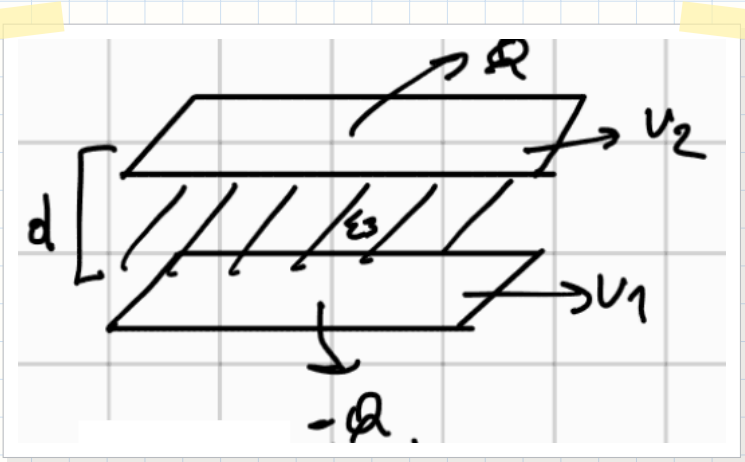
$$= \frac{1}{2}\int \varepsilon |\vec{E}|^2\, dv$$

Kapasite problemi:

$$C = \frac{Q}{V_S}$$



orijinal çizim, s. 16



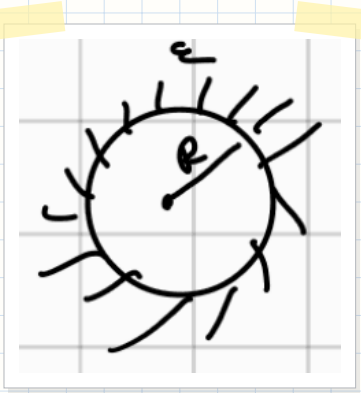
orijinal çizim, s. 16

$$Q = C(V_2 - V_1)$$
$$-Q = C(V_1 - V_2)$$
$$W = \frac{1}{2} Q (V_2 - V_1) = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}$$
$$= \frac{1}{2} C (V_2 - V_1)^2 = \frac{\varepsilon}{2d} S' (V_1 - V_2)^2$$

$$\Rightarrow C = \frac{\varepsilon S'}{d}$$

orj. s. 17

Bir kürenin kapasitesi



orijinal çizim, s. 17

$$C = 4\pi\varepsilon R$$