Alan Teorisi

Uygulama 8 – İletkenler: potansiyel, yüzey yükü, kapasite

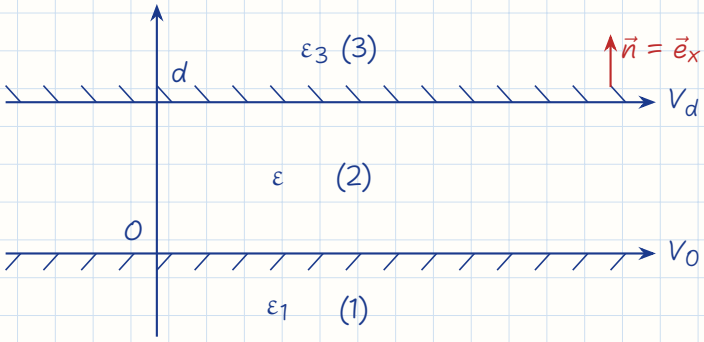
Orijinal not: Uygulama-8.pdf

UYARI Bu belge, el yazısı ders notlarından Claude (Anthropic) yardımıyla dijitale aktarılmıştır. Yardımcı kaynak olarak hazırlanmıştır; hata veya eksik içerebilir. Lütfen orijinal notları ve ders kaynaklarını esas alın.

NOTICE *This document was transcribed from handwritten lecture notes with the help of Claude (Anthropic). It is meant as a supplementary resource and may contain errors or omissions. Always check against the original notes and official course material.*

orj. s. 1

a)



Ara bölgede potansiyel fonksiyonunu, iletkenler üzerinde birim alanda toplanan yükleri bulunuz. $x = d$'de birim alanda toplanan yük Q_d ise $C = Q_d/(V_d - V_0)$'ı bulunuz.

Ara bölgede $\Delta V = 0$

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} = 0 \qquad V(x) = Ax + B$$

$$x = 0 \Rightarrow V_0 = A \cdot 0 + B$$
$$B = V_0$$
$$x = d \Rightarrow V_d = Ad + V_0$$
$$A = \frac{V_d - V_0}{d}$$

O halde $$\boxed{V(x) = \frac{V_d - V_0}{d} x + V_0}$$

$$\vec{E} = -\text{grad}\, V = -\frac{V_d - V_0}{d} \vec{e}_x$$

$x = d$ düzleminde

$$\varepsilon_3 \cancel{E_n^{(3)}}^{0} - \varepsilon E_n = \rho_{s,d}$$

iletken ortamda Elektrik alan 0

$$\rho_{s,d} = \frac{\varepsilon}{d}(V_d - V_0)$$

iletkenler kapattığı bölgenin içinde olan elektrik alanı dışarıya geçirmez.

$$Q_d = \int_S \rho_{s,d}\, ds = \frac{\varepsilon}{d}(V_d - V_0)$$

$$C = \frac{Q_d}{V_d - V_0} = \frac{\varepsilon}{d}$$

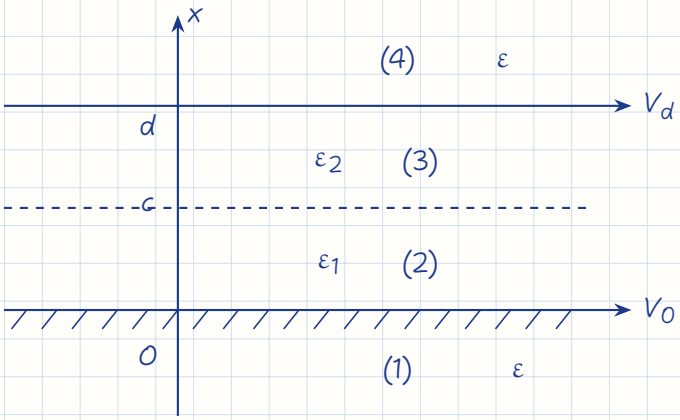
$x = 0$ düzleminde

$$\varepsilon E_n^{(2)} - \varepsilon_1 \cancel{E_n^{(1)}}^{0} = \rho_{s,0}$$

$$\rho_{s,0} = -\frac{\varepsilon}{d}(V_d - V_0) = Q_0 \qquad \text{(Birim alanda)}$$

orj. s. 2

b)



Ara bölgede $\Delta V = 0$

$$V(x) = \begin{cases} Ax + B, & 0 < x < c \\ Dx + F, & c < x < d \end{cases}$$

$x = 0$
$V(0) = V_0$
$B = V_0$

$V(d) = V_d$
$Dd + F = V_d \Rightarrow F = V_d - Dd$

$x = c \qquad V^{(2)}(c) = V^{(3)}(c)$

$$Ac + V_0 = Dc + F$$

$$Ac + V_0 = Dc + V_d - Dd$$

$$\boxed{Ac + V_0 = D(c - d) + V_d}$$

$x = c$

$$\varepsilon_2 E_n^{(3)} - \varepsilon_1 E_n^{(2)} = 0 \qquad \leftarrow \text{ yük yok}$$

$$\varepsilon_1 \frac{\partial V^{(2)}}{\partial x} - \varepsilon_2 \frac{\partial V^{(3)}}{\partial x} = 0$$

$$\boxed{\varepsilon_1 A = \varepsilon_2 D \Rightarrow D = A\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}}$$

$$Ac + V_0 = A\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}(c-d) + V_d$$

$$A = \frac{\varepsilon_2(V_d - V_0)}{\varepsilon_1 d + c(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)}$$

$$D = \frac{\varepsilon_1(V_d - V_0)}{\varepsilon_1 d + c(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)}$$

orj. s. 3

$$\boxed{F = V_d - Dd = \frac{c\,V_d(\varepsilon_2 - \varepsilon_1) + \varepsilon_1 d\,V_0}{\varepsilon_1 d + c(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)}}$$

$$V(x) = \begin{cases} \dfrac{\varepsilon_2(V_d - V_0)}{\varepsilon_1 d + c(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)}x + V_0, & 0 < x < c \\ \dfrac{\varepsilon_1(V_d - V_0)}{\varepsilon_1 d + c(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)}x + \dfrac{c\,V_d(\varepsilon_2 - \varepsilon_1) + \varepsilon_1 d\,V_0}{\varepsilon_1 d + c(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)}, & c < x < d \end{cases}$$

$$\vec{E}(x) = \begin{cases} -\dfrac{\varepsilon_2(V_d - V_0)}{\varepsilon_1 d + c(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)}\vec{e}_x, & 0 < x < c \\ -\dfrac{\varepsilon_1(V_d - V_0)}{\varepsilon_1 d + c(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)}\vec{e}_x, & c < x < d \end{cases}$$

$x = 0$ ve $x = d$ deki yük yoğunlukları

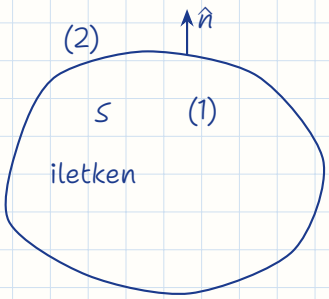
$$x = 0: \quad \rho_{s,0} = \varepsilon_1 E_n^{(2)} - \varepsilon \cancel{E_n^{(1)}}^{0}$$

$$\rho_{s,0} = -\frac{\varepsilon_1\varepsilon_2(V_d - V_0)}{\varepsilon_1 d + c(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)}$$

$$x = d: \quad \rho_{s,d} = \varepsilon E_n^{(4)} - \varepsilon_2 E_n^{(3)}$$

$$\rho_{s,d} = \frac{\varepsilon_1\varepsilon_2(V_d - V_0)}{\varepsilon_1 d + c(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)}$$

SSO Pr.5



Cismin dışında V potansiyeli biliniyor olsun. Yüzeyinde toplanan yük:

$$Q = -\int_S \varepsilon \frac{\partial V}{\partial n}\,ds$$

S yüzeyinde

$$\varepsilon E_n^{(2)} - \varepsilon_1 \cancel{E_n^{(1)}}^{0} = \rho_s$$

iletkenlerin sadece yüzeyinde yük birikir

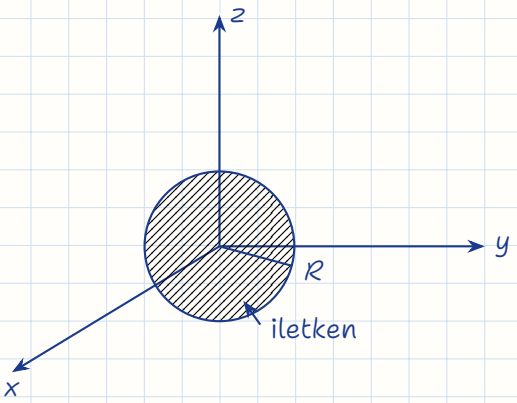
$$\rho_s = \varepsilon E_n^{(2)}$$

$$\rho_s = -\varepsilon \frac{\partial V}{\partial n}$$

orj. s. 4

$$Q = \int_S \rho_s \, ds = -\int_S \varepsilon \frac{\partial V}{\partial n} \, ds$$

S.50 Pr.6



küre üzerinde potansiyel V_0'dır
küre üzerindeki Q yükünü
ve $C = \frac{Q}{V_0}$'ı bulunuz

$$\Delta V = 0$$

$$\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2 \frac{\partial V}{\partial r}\right) = 0 \Rightarrow V(r) = \frac{A}{r} + B$$

$$r \to \infty,\ V(r) \to 0 \Rightarrow B = 0$$

$$r = R,\ V(R) = V_0 \Rightarrow \frac{A}{R} = V_0 \Rightarrow A = V_0 R$$

$$V(r) = \frac{V_0 R}{r}$$

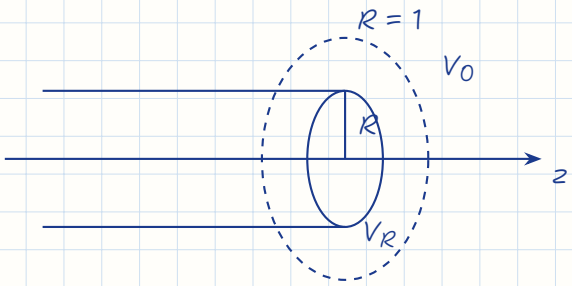
$$Q = -\int_S \varepsilon \frac{\partial V}{\partial n} \, ds = +\int_{\theta=0}^{\pi}\int_{\theta=0}^{2\pi} \varepsilon \frac{V_0 R}{\cancel{r^2}} \underbrace{\cancel{r^2} \sin\theta \, d\theta \, d\phi}_{ds}$$ [1]

$$Q = 4\pi\varepsilon V_0 R$$

$$C = \frac{Q}{V_0} = 4\pi\varepsilon R$$

[1] Claude notu: muhtemelen ikinci integralin alt sınırı $\phi = 0$ olmalı.

S.50 Pr.7



orj. s. 5

Silindirin birim uzunluğundaki Q yükünü ve $C = \frac{Q}{V_0}$'ı bulunuz

$\rho > R$

$$\Delta V = 0 \qquad V(\rho) = A \ln \rho + B$$

$$\rho = 1, \qquad V_0 = A \ln 1 + B \Rightarrow B = V_0$$

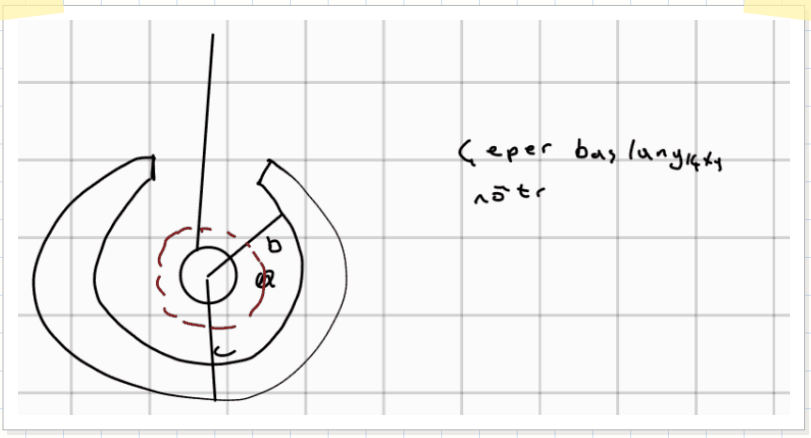
$$\rho = R, \qquad V_R = A \ln R + V_0 \Rightarrow A = \frac{V_R - V_0}{\ln R}$$

$$V(\rho) = \frac{\ln(\rho)}{\ln R}(V_R - V_0) + V_0$$

$$Q = -\int_S \varepsilon \frac{\partial V}{\partial n} ds = -\varepsilon \int_{z=0}^{1} \int_{\phi=0}^{2\pi} \frac{V_R - V_0}{\rho \ln R} \rho \, d\phi \, dz$$

$$Q = -2\pi\varepsilon \frac{V_R - V_0}{\ln R} \qquad \Rightarrow \qquad C = \frac{Q}{V_0} = -\frac{2\pi\varepsilon (V_R - V_0)}{V_0 \ln R}$$

S.50 Pr.8



orijinal çizim, s. 5

a yarıçaplı kürecik ve çeper iletkendir

a) Oyuk içindeki Elektrik alanı bulunuz

$$\int_S \vec{D} \cdot d\vec{s} = Q$$

$$\int_{\theta=0}^{\pi} \int_{\phi=0}^{2\pi} \varepsilon E_r r^2 \sin\theta \, d\phi \, d\theta = Q$$

$$\vec{E}_r = \frac{Q}{4\pi\varepsilon r^2} \Rightarrow \vec{E} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon r^2} \vec{e}_r$$

b) kabuğun iç ve dış yüzeylerinde biriken yükler nedir?

$$r = b \qquad \rho_{s,b} = \varepsilon_1 \overset{0}{\cancel{E_n^{(2)}}} - \varepsilon E_n^{(1)}$$

$$\rho_{s,b} = -\frac{\varepsilon Q}{4\pi\varepsilon b^2} = -\frac{Q}{4\pi b^2}$$

orj. s. 6

$$\rho_{s,c} = -\frac{\varepsilon Q}{4\pi\varepsilon b^2} = -\frac{Q}{4\pi b^2}$$

$$Q_b = \int_{\theta=0}^{\pi}\int_{\phi=0}^{2\pi} -\frac{Q}{4\pi b^2} b^2 \sin\theta \, d\phi \, d\theta = -Q$$

$$Q_c = -Q_b = Q$$

c) $r > c$ iken elektrik alan nedir??

$$\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{s} = Q + Q_b + Q_c = Q$$

$$\vec{E} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon r^2}\vec{e}_r$$

d) çepere dokundurup uzaklaştırsak

kürecik nötrleşir