Alan Teorisi

Uygulama 4 – Yük sistemlerinde potansiyel ve enerji

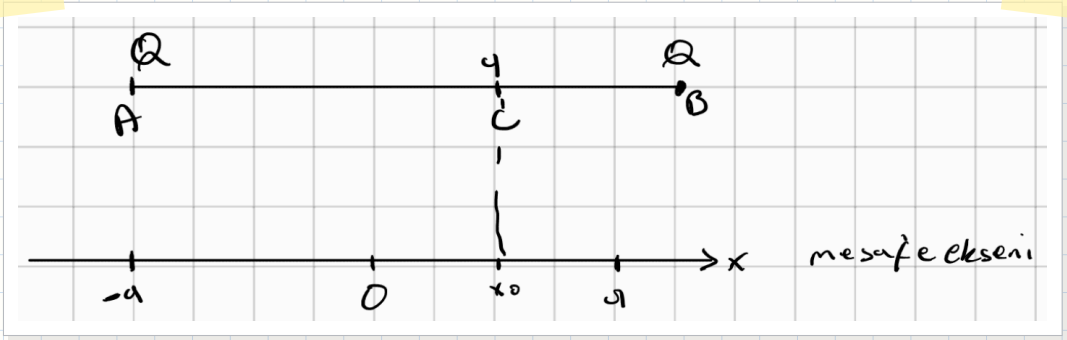
Orijinal not: Uygulama4.pdf

UYARI Bu belge, el yazısı ders notlarından Claude (Anthropic) yardımıyla dijitale aktarılmıştır. Yardımcı kaynak olarak hazırlanmıştır; hata veya eksik içerebilir. Lütfen orijinal notları ve ders kaynaklarını esas alın.

NOTICE *This document was transcribed from handwritten lecture notes with the help of Claude (Anthropic). It is meant as a supplementary resource and may contain errors or omissions. Always check against the original notes and official course material.*

orj. s. 1

Sayfa 27.Pr11



orijinal çizim, s. 1

$$V = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

a)

$$V_C = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0(x_0+a)} + \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0(a-x_0)}$$

$$= \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{1}{a+x_0} + \frac{1}{a-x_0}\right]$$

$$= \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2a}{a^2-x_0^2}$$

$$V_C = \frac{Q}{2\pi\varepsilon_0}\frac{a}{a^2-x_0^2}$$

potansiyel enerji $W_C = qV_C = \dfrac{qQa}{2\pi\varepsilon_0}\dfrac{1}{a^2-x_0^2}$

b) q yükü serbest bırakılırsa ne olur

$$W_T = \overbrace{\underbrace{W_{P_C}}_{\text{C noktasında potansiyel enerji}}}^{\text{potansiyel enerji}} + \overbrace{W_{K_C}}^{0} \rightarrow \text{cisim hareketsiz}$$

$$W_T = \frac{qQa}{2\pi\varepsilon_0}\frac{1}{a^2 - x_0^2}$$

$$W_T = W_{P_x} + W_{K_c} = \frac{qQa}{2\pi\varepsilon_0}\frac{1}{a^2 - x^2} + \frac{1}{2}mv^2$$

$$= \frac{qQa}{2\pi\varepsilon_0}\frac{1}{a^2 - x_0^2}$$

$$v = \sqrt{\frac{aqQ}{m\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{a^2 - x_0^2} - \frac{1}{a^2 - x^2}\right)}$$

orj. s. 2

c) Bu hızın 0 olduğu nokta

$x = x_0$ ve $x = -x_0$ $v = 0$ olur yük $-x_0, x_0$ arasında harmonic hareket yapar

$x = 0$ iken hız maksimumdur

d) başlangıçta serbest bırakılmaz ve v_0 hızıyla bırakılırsa sonuç nasıl değişir

C noktasında

$$W_T = W_{P_C} + W_{K_C}$$

$$= \frac{qQa}{2\pi\varepsilon_0}\frac{1}{a^2 - x_0^2} + \frac{1}{2}mv_0^2$$

Herhangi bir x noktasında

$$W_T = \frac{qQa}{2\pi\varepsilon_0}\frac{1}{a^2 - x^2} + \frac{1}{2}mv^2 =$$

$$= \frac{qQa}{2\pi\varepsilon_0}\frac{1}{a^2 - x_0^2} + \frac{1}{2}mv_0^2$$

(Kırmızı kalemle iki satırda da $2\pi\varepsilon_0$ ve $\frac{1}{2}$ içindeki 2'ler çizilmiş.)

$$\Rightarrow v^2 = \frac{aQq}{m\pi\varepsilon_0}\frac{1}{a^2 - x_0^2} - \frac{qQa}{m\pi\varepsilon_0}\frac{1}{a^2 - x^2} + v_0^2$$

$$v = \sqrt{\frac{qQa}{m\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{a^2 - x_0^2} - \frac{1}{a^2 - x^2}\right) + v_0^2}$$

salındığı noktalar x_1 ve x_{-1} olsun

$$v(x_1) = 0$$
$$v(-x_1) = 0$$

$$\frac{qQa}{m\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{a^2 - x_0^2} - \frac{1}{a^2 - x_1^2}\right) + v_0^2 = 0$$

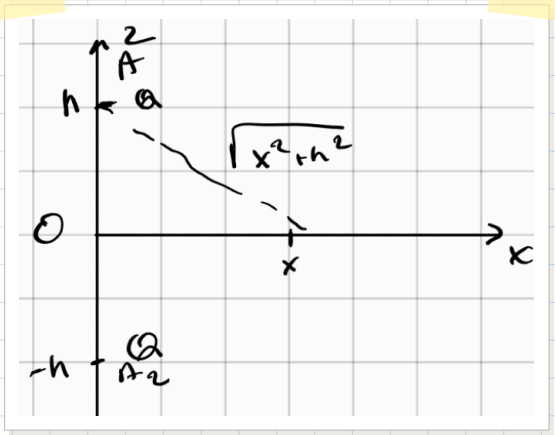
orj. s. 3

$$\Rightarrow \frac{1}{a^2 - x_1^2} = \frac{1}{a^2 - x_0^2} + \frac{m\pi\varepsilon_0}{aqQ} v_0^2$$

$$x_1 = \pm \sqrt{a^2 - \frac{1}{\frac{1}{a^2 - x_0^2} + \frac{m\pi\varepsilon_0 v_0^2}{aqQ}}}$$

x_1 her zaman x_0'dan her zaman büyüktür.

S.27 Pr12



orijinal çizim, s. 3

a) $P(x,0,0)$ noktasında $V = ?$ $\vec{E} = ??$

$$V(x,0,0) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0} \frac{1}{\sqrt{x^2+h^2}} + \frac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{1}{\sqrt{x^2+h^2}}$$

$$\vec{E} = -\operatorname{grad} V = -\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{2Q}{4\pi\varepsilon_0} \frac{1}{\sqrt{x^2+h^2}}\right)\vec{e}_x$$

$$\boxed{\vec{E} = \frac{Q}{2\pi\varepsilon_0} \frac{x}{(x^2+h^2)^{3/2}} \vec{e}_x}$$

b) $P(x_0,0,0)$ noktasına $-q$ yükü yerleştiriliyor. Bu noktanın sahip olduğu potansiyel enerji ve üzerine etki eden kuvvet nedir?

$$W_{P_0} = -q\,V(x_0,0,0) = -\frac{qQ}{2\pi\varepsilon_0} \frac{1}{\sqrt{x_0^2+h^2}}$$

$$\vec{F} = -q\,\vec{E}(x_0,0,0) = -\frac{qQ}{2\pi\varepsilon_0} \frac{x_0}{(x_0^2+h^2)^{3/2}} \vec{e}_x$$

orj. s. 4

c) $-q$ yükü $v_0 = 0$ ile serbest bırakılıyor. Bu yükün $(-a,0,0)$ ve $(a,0,0)$ arasında salınım yaptığını gösteriniz

$$W_T = W_{P_{x_0}} + \overbrace{W_{K_{x_0}}}^{0} = \frac{-qQ}{2\pi\varepsilon_0\sqrt{x_0^2+h^2}}$$

herhangi bir x noktasında

$$W_T = W_{P_x} + \frac{1}{2}mv^2$$

$$\frac{-qQ}{2\pi\varepsilon_0\sqrt{x_0^2+h^2}} = \frac{-qQ}{2\pi\varepsilon_0\sqrt{x^2+h^2}} + \frac{1}{2}mv^2$$

(Kırmızı kalemle $2\pi\varepsilon_0$ ve $\frac{1}{2}$ içindeki 2'ler çizilmiş.) $a = x_0$

$$v = \pm\sqrt{\frac{qQ}{m\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{\sqrt{x^2+h^2}} - \frac{1}{\sqrt{x_0^2+h^2}}\right)}$$

$$x = x_0$$
$$x = -x_0$$

d) $\vec{v}_0 = v_0\,\vec{e}_x$ olsun

v_0 pozitif veya negatiftir

yükün $(-x_1,0,0)$ ve $(x_1,0,0)$ arasında salınım yaptığını gösteriniz, x_1'i bulunuz

$x_1 > a$ olduğunu gösteriniz.

$$W_T = W_{P_{x_0}} + \frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{-qQ}{2\pi\varepsilon_0\sqrt{x_0^2+h^2}} + \frac{1}{2}mv_0^2$$

herhangi bir x noktasında

$$W_T = \frac{-qQ}{2\pi\varepsilon_0\sqrt{x^2+h^2}} + \frac{1}{2}mv^2$$

orj. s. 5

$$= \frac{-qQ}{2\pi\varepsilon_0\sqrt{x_0^2+h^2}} + \frac{1}{2}mv_0^2 \quad (x_0\text{'daki})$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{\frac{qQ}{m\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{\sqrt{x^2+h^2}} - \frac{1}{\sqrt{x_0^2+h^2}}\right) + v_0^2}$$

$v(-x_1) = 0$ ve $v(x_1) = 0$ olduğunu gösteriniz.

$$\sqrt{\frac{qQ}{m\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{\sqrt{x_1^2+h^2}} - \frac{1}{\sqrt{x_0^2+h^2}}\right) + v_0^2} = 0$$

$$\frac{qQ}{m\pi\varepsilon_0}\frac{1}{\sqrt{x_1^2+h^2}} - \frac{qQ}{m\pi\varepsilon_0}\frac{1}{\sqrt{x_0^2+h^2}} + v_0^2 = 0$$

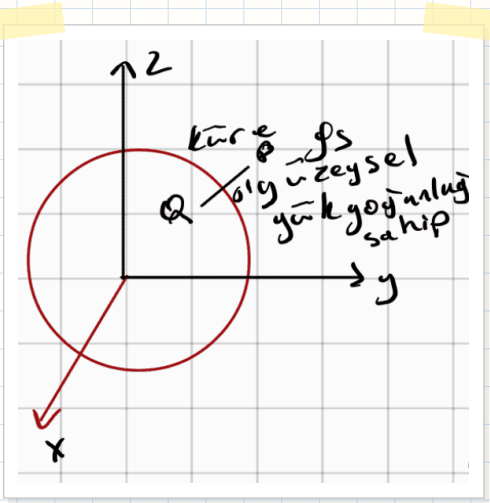
$$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{x_1^2+h^2}} = \frac{1}{\sqrt{x_0^2+h^2}} - \frac{m\pi\varepsilon_0}{qQ}v_0^2$$

$$x_1^2 + h^2 = \frac{1}{\left(\frac{1}{\sqrt{x_0^2+h^2}} - \frac{m\pi\varepsilon_0 v_0^2}{qQ}\right)^2}$$

$$\Rightarrow x_1 = \pm\sqrt{\frac{1}{\left(\frac{1}{\sqrt{x_0^2+h^2}} - \frac{m\pi\varepsilon_0 v_0^2}{qQ}\right)^2} - h^2}$$

$$x_1 > a = x_0$$

orj. s. 6



orijinal çizim, s. 6

a) V =?

b) $\vec{E}$

c) $V(r)$ ve $\vec{E}(r)$ r'ye bağımlı değişimi nedir

$$Q = \int_{\theta=0}^{\pi}\int_{\phi=0}^{2\pi} \rho_s a^2 \sin\theta \, d\phi \, d\theta$$

$$Q = 4\pi a^2 \rho_s \Rightarrow \rho_s = \frac{Q}{4\pi a^2}$$

$$dV = \frac{\rho_s \, ds}{4\pi\varepsilon_0 r'}$$

$$V = \int_{\theta=0}^{\pi}\int_{\phi=0}^{2\pi} dV = \int_{\theta=0}^{\pi}\int_{0}^{2\pi} \frac{\rho_s \, ds}{4\pi\varepsilon_0 r'}$$

$$ds = a^2 \sin\theta \, d\phi \, d\theta$$

$$\rho_s = \frac{Q}{4\pi a^2}$$

$$\vec{E} = -\operatorname{grad} V$$