İşaretler ve Sistemler

Uygulama – Kararlılık ve konvolüsyon soruları

Orijinal not: salihahocauyg.pdf

UYARI Bu belge, el yazısı ders notlarından Claude (Anthropic) yardımıyla dijitale aktarılmıştır. Yardımcı kaynak olarak hazırlanmıştır; hata veya eksik içerebilir. Lütfen orijinal notları ve ders kaynaklarını esas alın.

NOTICE *This document was transcribed from handwritten lecture notes with the help of Claude (Anthropic). It is meant as a supplementary resource and may contain errors or omissions. Always check against the original notes and official course material.*

Örnek 8)

orj. s. 1

Kararlılık: $\int_{-\infty}^{\infty} |h(\tau)|\, d\tau < \infty$

$$h(t) = 3^t u(-t+10) \longrightarrow \int_{-\infty}^{10} 3^t\, dt = \frac{3^t}{\log 3}\Big|_{-\infty}^{10} = \frac{1}{\log 3}\left(3^{10} - 3^{-\infty}\right) = 3^{10}/\log 3 \quad \text{Kararlı}$$

$\longleftarrow \log(x) = \ln(x)$ Natural logarithm

$$h(t) = e^{-(1-2j)t}u(t) \longrightarrow \int_0^{\infty} e^{-(1-2j)t}\, dt = \frac{e^{-(1-2j)t}}{-(1-2j)}\Big|_0^{\infty} = \frac{-1}{1-2j}\left(e^{-\infty} - e^{-0}\right) = \frac{1}{1-2j} \quad \text{Kararlı}$$

$$h(t) = e^{-t}\cos(2t)u(t) \longrightarrow \int_0^{\infty} e^{-t}\cos(2t)\, dt < \infty \quad \text{Kararlı}$$

$$h(t) = t\cos\left(\frac{\pi t}{4}\right)u(t) \longrightarrow \int_0^{\infty} t\cos\left(\frac{\pi t}{4}\right) \longrightarrow \infty \quad \text{Kararsız}$$

Örnek 9)

$x[n] = u[n-3]$ ve $h[n] = -\delta[n] + \delta[n+2]$ ise $y[n] = ?$

$$y[n] = x[n] * h[n] = u[n-3] * (-\delta[n] + \delta[n+2]) = -\delta[n] * u[n-3] + \delta[n+2] * u[n-3]$$
$$= -u[n-3] + u[n-1] = \delta[n-1] + \delta[n-2]$$

orj. s. 2

2) Herhangi bir sonlu t aralığında,

- sonlu sayıda maksimum ve minimum değere sahip olmalıdır.
- sonlu sayıda süreksizliğe ve bu noktalarda sonlu değere sahip olmalıdır.

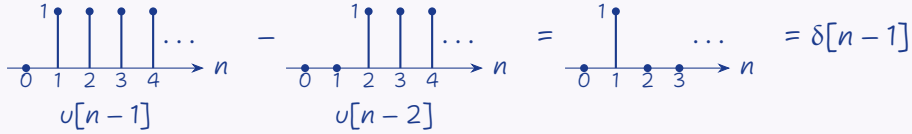
$\Rightarrow$ Frekans spektrumları:

orj. s. 3

(Claude notu: sayfanın üstü kesik; önceki sorudan yalnızca şu kısım görünüyor:) $\downarrow t=-3$ $\downarrow t=1$

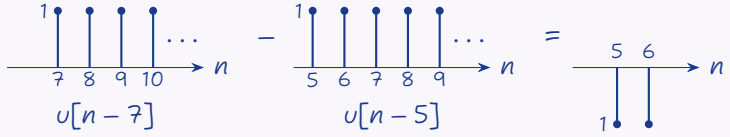
Örnek 4)

$u[n-1] - u[n-2] = ?$



Örnek 5)

$u[n-7]-u[n-5]=?$



$= -\delta[n-5]-\delta[n-6]$

orj. s. 4

(Claude notu: bu sayfada turuncu kalemle çok sayıda altı çizme / parantez işareti var; sayfanın üstünde turuncu "f_0" yazılmış.)

Örnek Ex

$X(f)=\delta(f-f_0)$ ise $x(t)=?$

$$x(t)=\int_{-\infty}^{\infty}X(f)\,e^{j2\pi ft}\,df=\int_{-\infty}^{\infty}\delta(f-f_0)\,e^{j2\pi ft}\,df=\int_{-\infty}^{\infty}\delta(f-f_0)\,e^{j2\pi f_0 t}\,df=e^{j2\pi f_0 t}\underbrace{\int_{-\infty}^{\infty}\delta(f-f_0)\,df}_{=1}=\underline{\underline{e^{j2\pi f_0 t}}}$$

Örnek Ex

$X(f)=\delta(f)$ ise $x(t)=?$

$$x(t)=\int_{-\infty}^{\infty}X(f)\,e^{j2\pi ft}\,df=\int_{-\infty}^{\infty}\delta(f)\,e^{j2\pi ft}\,df=\int_{-\infty}^{\infty}\delta(f)\,e^{j2\pi 0t}\,df=\int_{-\infty}^{\infty}\delta(f)\,df=1$$

$$\left.\begin{aligned}\delta(t)&\overset{\mathcal{F}}{\longleftrightarrow}1\\ 1&\overset{\mathcal{F}}{\longleftrightarrow}\delta(f)\end{aligned}\right)$$

$$e^{j2\pi f_0 t}\overset{\mathcal{F}}{\longleftrightarrow}\underline{\delta(f-f_0)}$$

$$e^{-j2\pi f_0 t}\overset{\mathcal{F}}{\longleftrightarrow}\delta(f+f_0)$$

orj. s. 5

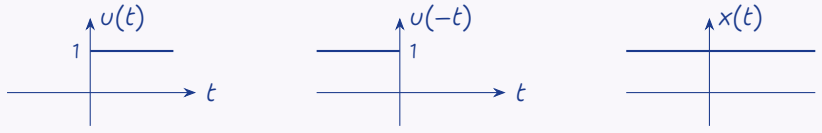
(Claude notu: bu sayfa, el yazısı notun bir PDF görüntüleyicideki ekran görüntüsü; üstteki araç çubuğu aktarılmadı. s. 3, bu sayfanın devamıdır.)

Örnek 1)

$$\sqrt{2}\,e^{j9\pi/4}=\sqrt{2}\,(\cos 9\pi/4+j\sin 9\pi/4)=\sqrt{2}\,(\cos\pi/4+j\sin\pi/4)=\sqrt{2}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}+j\frac{\sqrt{2}}{2}\right)=1+j$$

Örnek 2)

$x(t)=u(t)+u(-t)$

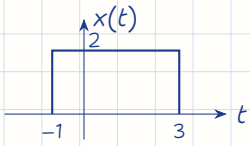


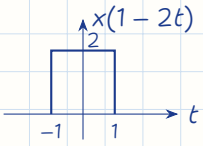
$T\to\infty$

Periyodik değildir

Örnek 3)

$x(t)=2,\ -1<t<3$ ise $x(1-2t)+x(2+t)=?$





$$x(1-2t) \longrightarrow x(t) \quad t:[-1,3]$$

$$1-2t:[-1,3]$$

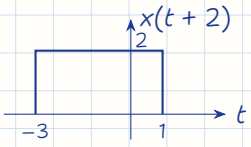
$$1-2t=-1 \qquad 1-2t=3$$

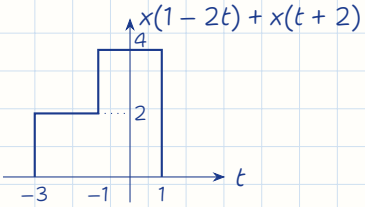
$$t=1 \qquad t=-1$$

$$x(2+t) \longrightarrow x(t) \quad t:[-1,3]$$

$$2+t:[-1,3]$$

$$t=-3 \qquad t=1$$





(Claude notu: sayfanın altındaki 4. soru, $u[n-1]-u[n-2]=\delta[n-1]$, s. 3'teki ile aynıdır; tekrar aktarılmadı.)

orj. s. 6

(Claude notu: bu sayfa s. 5'teki 3. sorunun aynısıdır (aynı çizimler ve çözüm); tek fark, soru ifadesindeki $x(t)=2,\ -1<t<3,\ x(1-2t)$ ve $x(2+t)$ kısımlarının turuncu kalemle altının çizilmiş olmasıdır. Tekrar aktarılmadı.)

orj. s. 7

(Claude notu: sayfanın üstündeki 5. soru, $u[n-7]-u[n-5]=-\delta[n-5]-\delta[n-6]$, s. 3'teki ile aynıdır; tekrar aktarılmadı. 6. soru turuncu kalemle çerçeve içine alınmış. Sağ alttaki CamScanner logosu aktarılmadı.)

Örnek 6)

$\cos\left(\frac{\pi}{3}n\right)\delta[n+4]=?$

Reminder: $x[n]\,\delta[n]=x[0]\,\delta[n]$

$$x[n]\,\delta[n-n_0]=x[n_0]\,\delta[n-n_0]$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{3}n\right)\delta[n+4]=\cos\left(-\frac{4\pi}{3}\right)\delta[n+4]=\cos\left(\frac{4\pi}{3}\right)\delta[n+4]$$