Kontrol Sistemleri

Chapter 7 Examples: Steady-State Error Problems

Original notes: Chapter-7-Examples.pdf

UYARI Bu belge, el yazısı ders notlarından Claude (Anthropic) yardımıyla dijitale aktarılmıştır. Yardımcı kaynak olarak hazırlanmıştır; hata veya eksik içerebilir. Lütfen orijinal notları ve ders kaynaklarını esas alın.

NOTICE *This document was transcribed from handwritten lecture notes with the help of Claude (Anthropic). It is meant as a supplementary resource and may contain errors or omissions. Always check against the original notes and official course material.*

Not: Orijinal dosyadaki basılı sayfalar (s. 7) dijitalleştirilmedi; yalnızca el yazısı sayfalar aktarıldı.

orig. p. 1

Figure: Sayfanın üst kısmında basılı soru 6 bulunuyor; dijitalleştirilmedi (Tip 3 birim geri beslemeli sisteme $25t^3u(t)$ girişi uygulanıyor; $G(s) = \dfrac{210(s+4)(s+6)(s+11)(s+13)}{s^3(s+7)(s-14)(s+19)}$; konumdaki kalıcı hal hatası isteniyor; Bölüm 7.3).
(in the original notes, p. 1)

$$t^n \longleftrightarrow \frac{n!}{s^{n+1}} \qquad E(s) = \frac{R(s)}{1+G(s)}$$

$$25 \cdot t^3 \longleftrightarrow \frac{6}{s^4} \cdot 25 = \frac{150}{s^4}$$

$$\lim_{s\to 0} sE(s) = \frac{\dfrac{150}{s^3}}{\dfrac{210(s+4)(s+6)(s+11)(s+13)}{s^3(s+7)(s-14)(s+19)}}$$

$$= \frac{150}{\dfrac{(210)(4)(6)(11)(13)}{(7)(14)(19)}}$$

$$= 0{,}38$$

Figure: Sayfanın ortasında basılı soru 12 bulunuyor; dijitalleştirilmedi (birim geri beslemeli sistemde $G(s) = \dfrac{K(s+2)(s+4)(s+6)}{s^2(s+5)(s+7)}$; statik hata sabiti 10 000 olacak şekilde K değeri isteniyor; Bölüm 7.4).
(in the original notes, p. 1)

$$E(s) = \frac{R(s)}{1 + G(s)}$$

$$R(s) = \frac{1}{s}$$

$$\Rightarrow e_{ss} = \lim_{s\to 0} \underbrace{\frac{1}{1 + G(s)}}_{k_p}$$

$$k_p = \lim_{s\to 0} G(s)$$

$$k_a = \lim_{s\to 0} s^2 G(s) = \lim_{s\to 0} \frac{k(s+2)(s+4)(s+6)}{s^2(s+5)(s+7)}$$

$$10\,000 = \frac{k \cdot 2 \cdot 4 \cdot 6}{5 \cdot 7}$$

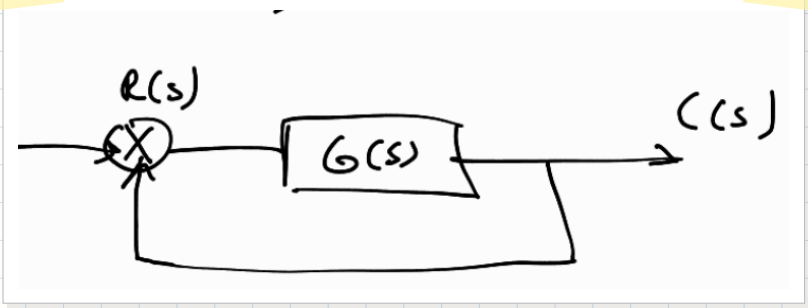
$$\Rightarrow \quad 7291 = k$$

orig. p. 2

Figure: Sayfanın üst kısmında basılı soru 13 ve Şekil P7.4 bulunuyor; dijitalleştirilmedi (ileri yolda $\frac{5}{s(s+1)(s+2)}$ bloğu, geri besleme yolunda $(s+3)$ bloğu; a. K_p, K_v, K_a bulunacak, b. $50u(t)$, $50tu(t)$ ve $50t^2u(t)$ girişleri için kalıcı hal hatası, c. sistem tipi; Bölüm 7.3).
(in the original notes, p. 2)

$$\frac{\dfrac{5}{s(s+1)(s+2)}}{\underbrace{1 + \dfrac{5(s+3)}{s(s+1)(s+2)}}_{\dfrac{s(s+1)(s+2) + 5(s+3)}{s(s+1)(s+2)}}} = \frac{5}{\underbrace{s(s+1)(s+2)}_{s^2+3s+2} + 5(s+3)}$$

$$= \frac{5}{s^3 + 3s^2 + 2s + 5s + 15} = \frac{5}{s^3 + 3s^2 + 7s + 15} = G(s)$$



original drawing, p. 2

$$k_p = \lim_{s\to 0} G(s) = \frac{1}{3}$$
$$k_v = 0$$
$$k_a = 0$$

for

b) $E_{ss} = \dfrac{50}{1+k_p} = \dfrac{50}{1+\frac{1}{3}} = 37{,}5$

for $50\,tu(t)$

$$E_{ss} = \lim_{s\to 0} \frac{50}{s} = \infty$$

for $50\,t^2u(t) \;=\; E_{ss} = \infty$

orig. p. 3

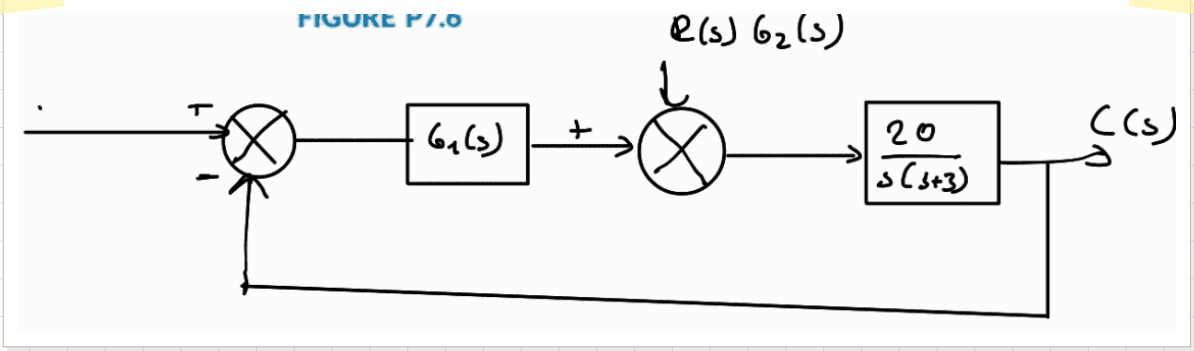
Figure: Sayfanın üst kısmında basılı soru 15 ve Şekil P7.5 bulunuyor; dijitalleştirilmedi (ileri yolda $\dfrac{100(s+2)}{s(s+5)}$ ve $\dfrac{1000}{s}$ blokları, ilk blok etrafında 10 kazançlı iç geri besleme ve birim dış geri besleme; sistem tipi isteniyor; Bölüm 7.3). Elle eklenen: ilk bloğu ve 10 bloğunu çevreleyen büyük bir kalem çizgisi ve bu çizgiden "$G(s)$ =" ifadesine giden ok.
(in the original notes, p. 3)

$$G(s) = \frac{\dfrac{100(s+2)}{s(s+5)}}{1+\dfrac{1000(s+2)}{s(s+5)}} = \frac{100(s+2)}{s^2+\underbrace{5s+1000s}_{1005\,s}+2000}$$

$$k_v = \lim_{s\to 0} \frac{100(s+2)\,(1000)}{s^2+1000s^1+2000}$$

Figure: Sayfanın ortasında basılı soru 16 ve Şekil P7.6 bulunuyor; dijitalleştirilmedi ($G_1(s)$ sırasıyla Tip 0, Tip 1 ve Tip 2 iken basamak girişte sıfır kalıcı hal hatası için ileri besleme $G_2(s)$ üzerindeki kısıtlar soruluyor; plant $\dfrac{20}{s(s+3)}$; Bölüm 7.3).
(in the original notes, p. 3)

[1] Claude notu: muhtemelen 1005s olmalı.



original drawing, p. 3

$$G(s) = \underbrace{\left(\underbrace{G_1}_{\frac{1}{s+3}} + R\,G_2\,\searrow\tfrac{1}{s}\right)\left(\frac{20}{s(s+3)}\right)}_{\text{Type 1}}$$

orig. p. 4

Figure: Sayfanın üst kısmında basılı soru 22 ve Şekil P7.1 bulunuyor; dijitalleştirilmedi (birim geri beslemeli sistemde $G(s) = \dfrac{K(s^2+3s+30)}{s^n(s+5)}$; $10tu(t)$ girişi ile çıkış arasında kalıcı halde 1/6000 hata isteniyor; a. K ve n bulunacak, b. K_p, K_v, K_a nedir; Bölüm 7.4).
(in the original notes, p. 4)

$$\lim_{s\to 0} \frac{10}{s + \underbrace{sG(s)}_{k_v}} = \frac{1}{6000}$$

$n = 1$

$$\lim_{s\to 0} = \frac{sk(s^2+3s+30)}{s(s+5)} = \frac{30k}{5}$$

$$\lim_{s\to 0} \frac{10}{s + \underbrace{\frac{30k}{5}}_{6}} = \frac{1}{6000}$$

$k_p = \infty$

$k_v = 6k = 60\,000$ $\Rightarrow k = 10\,000$

$k_a = 0$

orig. p. 5

Figure: Sayfanın üst kısmında basılı soru 27 bulunuyor; dijitalleştirilmedi (birim geri beslemeli sistemde $G(s) = \dfrac{K(s+\alpha)}{(s+\beta)^2}$; birim basamak girişte kalıcı hal hatası 0,1, sönüm oranı 0,5, doğal frekans $\sqrt{10}$ olacak şekilde K, α ve β isteniyor; Bölüm 7.4).
(in the original notes, p. 5)

$$\frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

$$\frac{10}{s^2 + \sqrt{10}\, s + 10}$$

$$e(\infty) = \frac{1}{1 + k_p} = 0{,}1$$

$$k_p = \lim_{s \to 0} G(s) = \frac{k\alpha}{\beta^2}$$

$$\zeta = 0{,}5 \qquad \omega_n = \sqrt{10}$$

$$10 = 1 + k_p \qquad k_p = 9 \qquad \frac{k\alpha}{\beta^2} = 9$$

Figure: Sayfanın ortasında basılı soru 32 bulunuyor; dijitalleştirilmedi (birim geri beslemeli sistemde $G(s) = \dfrac{K}{s(s+a)}$; a. $K_v = 1000$ ve yüzde 20 aşım için K ve a, b. kalıcı halde yüzde 1 hata ve yüzde 10 aşım için K ve a; Bölüm 7.4).
(in the original notes, p. 5)

$$= \frac{\dfrac{k}{s(s+a)}}{1 + \dfrac{k}{s(s+a)}}$$

$$= \frac{k}{s(s+a) + k} = \frac{\dfrac{\omega_n^2}{k}}{s^2 + as + \underbrace{\dfrac{k}{\omega_n^2}}}$$

$$2\zeta\omega_n = a \qquad \omega_n = \sqrt{k}$$

$$2\zeta\sqrt{k} = a$$

$$\zeta = \frac{a}{2\sqrt{k}}$$

$$M_p = e^{-t_p \sigma}$$

$$= e^{-\frac{\pi}{\omega_d}\sigma}$$

$$\sigma = \zeta\omega_n$$

$$t_p = \frac{\pi}{\omega_d}$$

$$\omega_d = \omega_n\sqrt{1 - \zeta^2}$$

$$k_v = \lim_{s\to 0} sG(s) = \frac{sk}{s(s+a)} = \frac{k}{a} = 1000$$

$$M_p = e^{-\frac{\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}} = 0{,}2 \qquad \frac{\omega_n^2}{2\zeta\omega_n} = 1000$$

$$\zeta = 0{,}45 \qquad \omega_n = 2000\zeta$$

$$\omega_n = 2000\zeta = 912 \qquad k = \omega_n^2 = 831\,744$$

$$\frac{k}{a} = 1000 \Rightarrow a = 831{,}744$$

Figure: Sayfanın alt kısmında basılı soru 39 ve Şekil P7.15 bulunuyor; dijitalleştirilmedi (blok diyagram: ileri yolda $\frac{K_1(s+2)}{s+3}$ ve $\frac{K_2}{s(s+4)}$ blokları, $D(s)$ bozucusu ikinci toplama noktasına giriyor, birim geri besleme; birim basamak bozucudan kaynaklanan kalıcı hal hatası bileşeni $-0{,}00001$, birim rampa girişten kaynaklanan bileşen $0{,}002$ olacak şekilde K_1 ve K_2 isteniyor; Bölüm 7.5).
(in the original notes, p. 5)

$$e_D(\infty) = -0{,}000012^{2}$$

$$= -\frac{3}{2k_1}$$

$$\Rightarrow k_1 = 125\,000$$

$$\frac{1}{2k_1} = 0{,}00001$$

$$k_1 = \frac{?\,1}{2 \cdot 0{,}00001}$$

$$= ?\,50\,000$$

$$e_D(\infty) = -\lim_{s\to 0} \frac{sG_2D}{1+G_1G_2}$$

$$= -\lim_{s\to 0} \frac{s\left(\frac{k_2}{s(s+4)}\right)\frac{1}{s}}{1+\frac{k_1(s+2)}{s+3}\cdot\frac{k_2}{s(s+4)}}$$

$$= \frac{k_2\,?\,\textit{illegible}}{s(s+3)(s+4)+k_1(s+2)k_2}$$

$$= \frac{k_2\underbrace{(s+3)}_{3}}{2k_1k_2} = -\frac{3}{2k_1}$$

[2] Claude notu: soruda $-0{,}00001$ verilmiş; muhtemelen $-0{,}00001$, $k_1 = 150\,000$ ve $k_2 = 0{,}02$ olmalı.

$$e_R(\infty) = 0{,}002 = \frac{6}{k_1 k_2} \Rightarrow k_2 = 0{,}024$$

orig. p. 6

Figure: Sayfanın üst kısmında basılı soru 43 ve Şekil P7.18 (Sistem 1 ve Sistem 2) bulunuyor; dijitalleştirilmedi (her sistem için uygun statik hata sabiti ile birim basamak, rampa ve parabolik girişler için kalıcı hal hatası $r(\infty) - c(\infty)$ isteniyor; Bölüm 7.5). Elle eklenen: Sistem 1 şeklinin üzerinde kalemle bir çarpı işareti ve 10 bloğu çevresinde birkaç çizgi var.
(in the original notes, p. 6)

$$G(s) = \frac{5(s+4)}{(s+3)(s+7)}$$

Figure: Sayfanın ortasında basılı soru 45 (Şekil P7.20) ve soru 47 (Şekil P7.22, DVR modeli) bulunuyor; dijitalleştirilmedi.
(in the original notes, p. 6)

Figure: Sayfanın altında basılı soru 51 bulunuyor; dijitalleştirilmedi (Şekil P7.13: a. plant değişimlerine duyarlılığın $S_{T:P} = \frac{P}{T}\frac{\delta T}{\delta P} = \frac{1}{1+L(s)}$ olduğu gösterilecek, burada $L(s) = G(s)P(s)H(s)$ ve $T(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{F(s)}{H(s)}\frac{L(s)}{1+L(s)}$; b. $S_{T:P}(s) + \frac{T(s)H(s)}{F(s)} = 1$ olduğu gösterilecek).
(in the original notes, p. 6)

$$T = \frac{F}{H}\frac{L}{1+L}$$

$$T = \frac{F}{\cancel{H}}\frac{GP\cancel{H}}{1+GPH}$$

$$T = \frac{FGP}{1+GPH}$$

$$\frac{P}{T} = \frac{P}{\frac{F(s)}{H(s)}\frac{L(s)}{1+L(s)}}$$