Sayısal Haberleşme

PCM, kuantalama, hat kodları ve delta modülasyonu

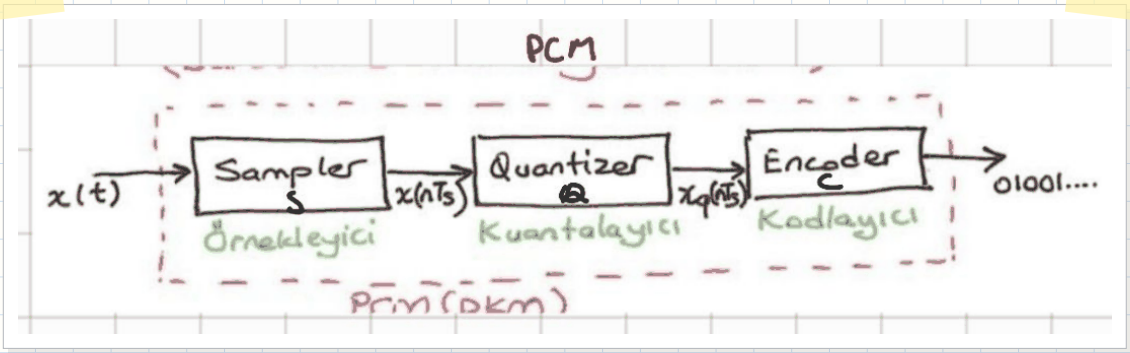
Orijinal not: Ders-6.pdf

UYARI Bu belge, el yazısı ders notlarından Claude (Anthropic) yardımıyla dijitale aktarılmıştır. Yardımcı kaynak olarak hazırlanmıştır; hata veya eksik içerebilir. Lütfen orijinal notları ve ders kaynaklarını esas alın.

NOTICE *This document was transcribed from handwritten lecture notes with the help of Claude (Anthropic). It is meant as a supplementary resource and may contain errors or omissions. Always check against the original notes and official course material.*

orj. s. 1

Darbe kod modülasyonu (Pulse code modulation)



orijinal çizim, s. 1

$x_p = \text{maks}\,|x(t)|$

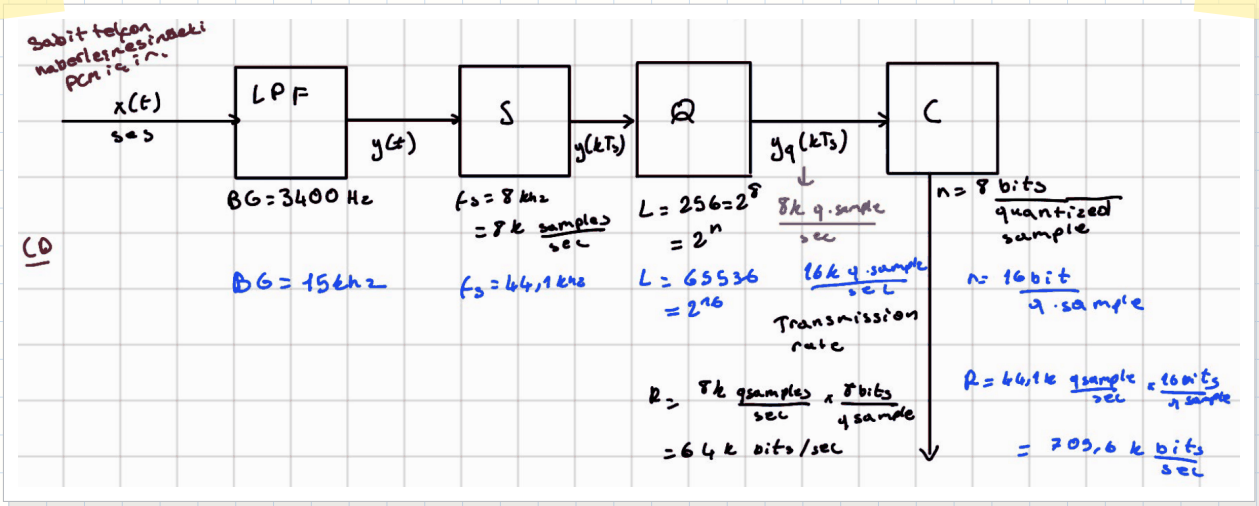
$$\underset{\text{kuantalayıcı adımı}}{\Delta v} = \frac{2x_p}{L} \longrightarrow \text{kuantalayıcıdaki seviye sayısı}$$

$L = 2^n$ olduğunda midir

$$N_0 = N_q = \frac{\Delta v^2}{12} = \frac{x_p^2}{3L^2} \Bigg\} \text{SNR} = \frac{S_0}{N_0} = 3L^2 \frac{P_x}{x_p^2}$$

$S_0 = P_x$

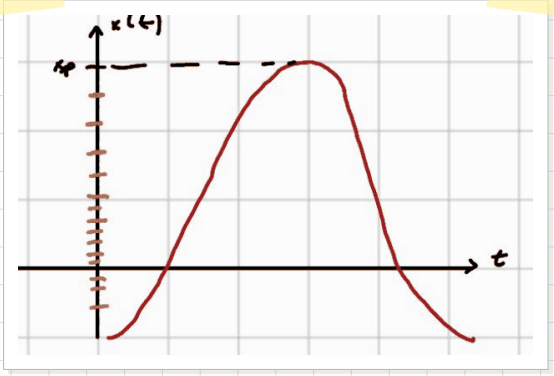
Ses (Voice): 0-15 kHz (300-3400 Hz önemli)



orijinal çizim, s. 1

$R = nf_s$ bit/sn

Düzgün olmayan kuantalama (Non uniform quantization)

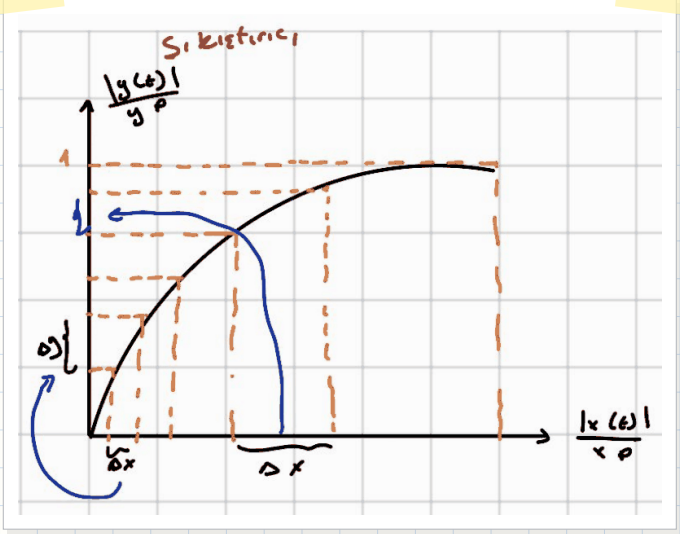


orijinal çizim, s. 1

İşaretin genliği yani gücünün düşük olduğu yerde kuantalama aralığını ?küçültürsek

$$N_0 = N_q = \frac{\Delta v^2}{12} = \frac{x_p^2}{3L^2} \uparrow \Big\} \quad SNR = \frac{S_0}{N_0} = 3L^2 \frac{P_x}{x_p^2}$$

orj. s. 2

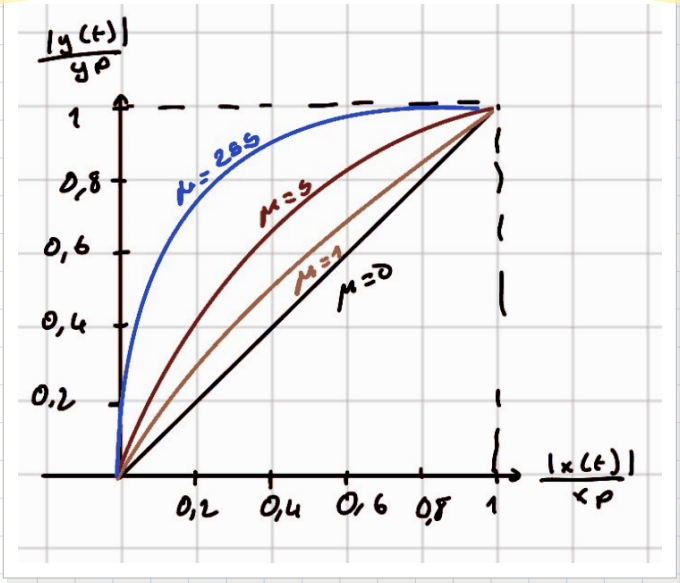


orijinal çizim, s. 2

küçük genlikleri büyütüyor, büyük genlikleri küçültüyor

μ tipi sıkıştırıcı (low)

kuzey Amerika ve Japonya



orijinal çizim, s. 2

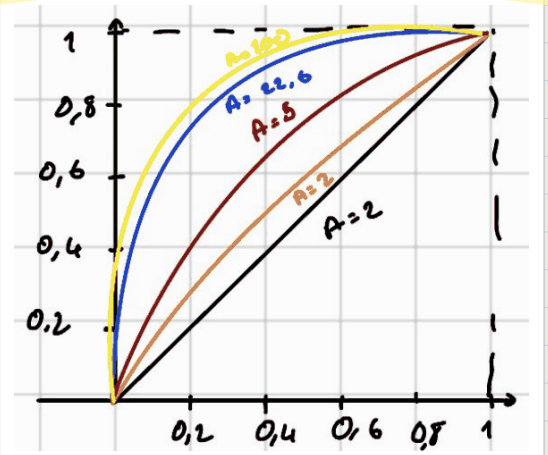
$$\frac{y(t)}{y_p} = \frac{1}{\ln(1+\mu)} \ln\left(1+\mu\frac{|x(t)|}{x_p}\right) \operatorname{sgn}(x), \qquad 0 \le \frac{|x(t)|}{x_p} \le 1$$

SNR = 40 dB için μ ≥ 100

Standart μ = 255

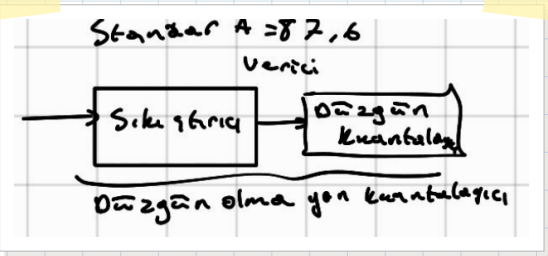
A tipi sıkıştırıcı

Avrupa ve diğer bölgeler



orijinal çizim, s. 2

$$\frac{|y(t)|}{y_p} = \begin{cases} \dfrac{A}{1+\ln A}\left(\dfrac{|x(t)|}{x_p}\right)\operatorname{sgn}(x), & 0 \le \dfrac{|x(t)|}{x_p} \le \dfrac{1}{A} \\ \dfrac{1}{1+\ln A}\left(1+\ln\dfrac{A|x(t)|}{x_p}\right), & \dfrac{1}{A} \le \dfrac{|x(t)|}{x_p} \le 1 \end{cases}$$



orijinal çizim, s. 2

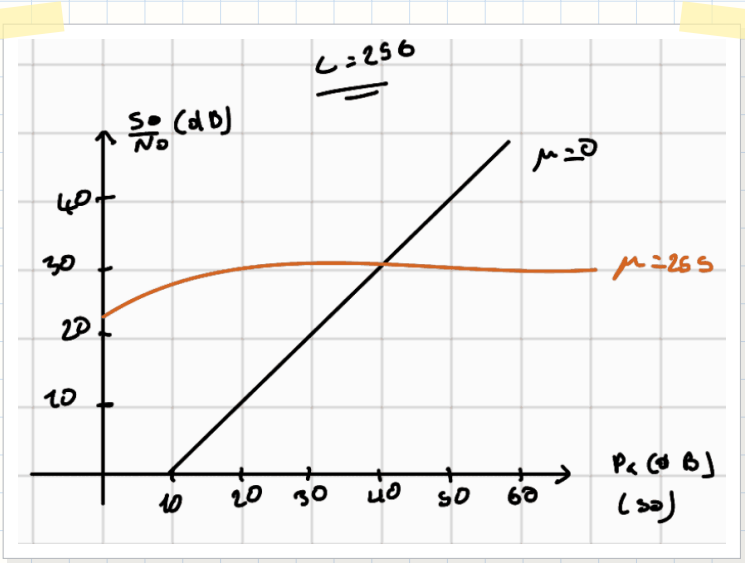
Alıcı
Açıcı (Expander)

compander = compressor + expander

orj. s. 3

μ-sıkıştırıcı/açıcı kullanıldığında
Çıkışta: İGO (SNR)

$$SNR = \frac{S_O}{N_O} \approx \frac{3L^2}{[\ln(1+\mu)]^2}, \qquad \mu^2 \gg \frac{x_p^2}{P_x}$$

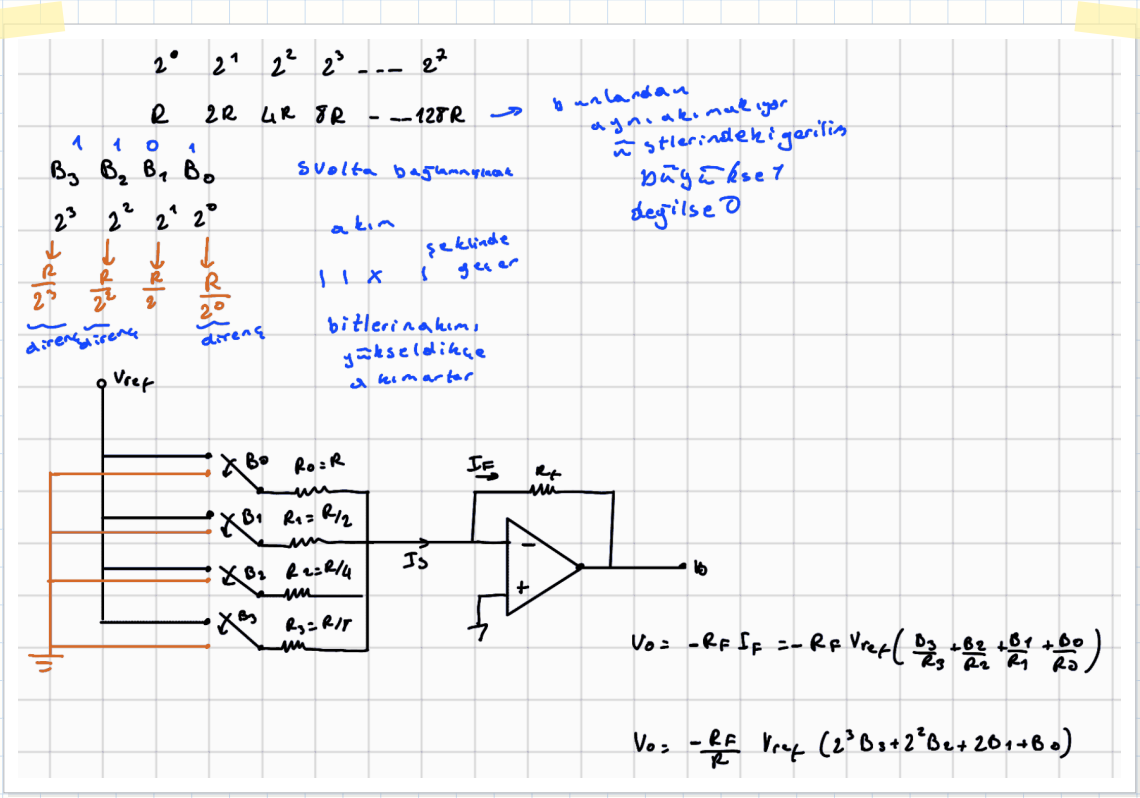


orijinal çizim, s. 3

Kodlayıcı (Encoder)

Microelectronics Circuits, Rashid, sayfa 873-883

Digit at a time encoder



orijinal çizim, s. 3

$$V_o = -R_F I_F = -R_F V_{ref}\left(\frac{B_3}{R_3} + \frac{B_2}{R_2} + \frac{B_1}{R_1} + \frac{B_0}{R_0}\right)$$

$$V_o = -\frac{R_F}{R} V_{ref}\left(2^3 B_3 + 2^2 B_2 + 2B_1 + B_0\right)$$

orj. s. 4

$V_{ref} = 5\,V \quad R = 10R_F$ olsun

$$V_o = -0{,}5\left(8\underset{1}{B_3} + 4\underset{0}{B_2} + 2\underset{1}{B_1} + \underset{1}{B_0}\right) \longrightarrow V_o = -5{,}5\ V$$

İletim hızı ve BG

$L = 2^n$ seviye $\longrightarrow n\ \frac{\text{bit}}{\text{k.örnek}}$

İletim hızı: $R_b = n\ \frac{\text{bit}}{\text{k.örnek}} \cdot f_s\ \frac{\text{örnek}}{\text{sn}}$

$$\boxed{R_b = nf_s\ \text{bit/sn}}$$

Teorem

1 Hz'lik band genişliğinde, 1 saniyede 2 parça bilgi iletilir.

$$\frac{\text{Hız}}{\frac{2\ \text{parça}}{\text{sn}}} \longrightarrow \frac{\text{BG}}{1\ \text{Hz}}$$

PCM için gereken min kanal BG

$$\star\quad \text{BG} = B_k = \frac{R_b}{2} = \frac{nf_s}{2}\ \text{Hz}$$

Örnek

$x(t)$'nin bant genişliği 3 kHz. f_s, Nyquist hızının %33 fazlasıdır. Maks. kuantalama hatası tepe genliğinin %0,5'idir. Kuantalanmış örnekler ikili kodlanmıştır. Gereken minimum kanal BG'ni bulunuz. Bu türden 24 işaret zaman bölmeli çoklama (ZBÇ) ile iletirse gereken min kanal BG'ni bulunuz.

$$B = f_m = 3\ \text{kHz}$$

$$f_s = f_N + \%33\,f_N = \frac{4}{3}f_N = \frac{4}{3} \times 2B = 8\ \text{kHz} \quad (8\text{k örnek/sn})$$

Maks kuantalama hatası $\quad \frac{\Delta v}{2} = \frac{0{,}5}{100}x_p$

$$\Delta v = \frac{2x_p}{L} \longrightarrow \frac{\Delta v}{2} = \frac{x_p}{L}$$

$$\Longrightarrow \frac{\Delta v}{2} = \frac{x_p}{L} = \frac{0{,}5}{100}x_p \Longrightarrow \boxed{L = \frac{100}{0{,}5} = 200}$$

$$\underset{256}{2^n} \geq \underset{200}{L}$$

$$2^n = 256 = 2^8 \longrightarrow \boxed{n = 8\ \frac{\text{bit}}{\text{k.örnek}}}$$

$$R_b = n \cdot f_s = 8 \times 8k = 64\,k\,\frac{\text{bit}}{\text{sn}}$$

$$B_k = \frac{R_b}{2} = 32\ \text{kHz}$$

orj. s. 5

$$R_{b,\text{TDM}} = 24 \times R_b = 1{,}536\ \text{M}\,\frac{\text{bit}}{\text{sn}}$$
$$B_{k,\text{TDM}} = 24 \times B_k = 0{,}768\ \text{MHz}$$

$$L = 2^n \longrightarrow L^2 = 2^{2n}$$

$$\frac{S_0}{N_0} = \begin{cases} 3L^2\,\dfrac{P_x}{x_p^2} & \text{sıkıştırmasız} \\ \approx 3L^2\,\dfrac{1}{\left[\ln(1+\mu)\right]^2} & \text{sıkıştırmalı, } \mu^2 \gg \dfrac{x_p^2}{P_x} \end{cases}$$

$$\frac{S_0}{N_0} = c \cdot 2^{2n}$$

$$c = \begin{cases} \dfrac{3P_x}{x_p^2} & \text{sıkıştırmasız (Düzgün)} \\ \dfrac{3}{\left[\ln(1+\mu)\right]^2} & \text{Düzgün olmayan} \end{cases}$$

$$B_k = \frac{nf_s}{2} \Longrightarrow n = \frac{2B_k}{f_s} \Longrightarrow \frac{S_0}{N_0} = c \cdot 2^{2n} = c \cdot 2^{(4B_k/f_s)}$$

$$\uparrow \quad \frac{S_0}{N_0} = c \cdot 2^{\frac{4B_k}{f_s}}$$

Bant genişliğindeki küçük bir değişim işaret gürültü oranı hızla artar.

$$\left(\frac{S_0}{N_0}\right)_{\text{dB}} = 10\log_{10}\frac{S_0}{N_0} = 10\log_{10} c\,2^{2n}$$
$$= \underbrace{10\log_{10} c}_{\alpha} + \underbrace{20n\log_{10} 2}_{6n} = \alpha + 6n\ \text{dB}$$

Bit sayısını bir arttırdığında SNR 6 dB kadar yükselir.
Ama bant genişliği artar

orj. s. 6

$$\left.\begin{array}{ll} n = 8 & B_k = 32\ \text{kHz} \\ n = 9 & B_k = 36\ \text{kHz} \end{array}\right\}\ 32\ \text{kHz} \longrightarrow 36\ \text{kHz} \quad (\%12\ \text{artış})$$

$$\nearrow \frac{9 \cdot \overset{4}{\cancel{8}}k}{2}$$

15 nisan Pazartesi
15:30 ara sınav (Z03, Z14, B07, B02)

Örnek

BG = 4 kHz olan bir $x(t)$ işareti $\mu = 100$'lük sıkıştırıcı kullanan bir DKM (PCM) ile iletilecektir.
a) $L = 64$ seviyeli kuantalayıcı kullanırsa B_k ve İGO?
b) $L = 256$ " " " " "

$$B = 4\ \text{kHz} \longrightarrow f_s = f_N = 2B = 8\text{k örnek/sn}$$

a) $L = 64 = 2^6 \longrightarrow n = \dfrac{6\ \text{bit}}{\text{k.örnek}} \longrightarrow B_k = \dfrac{nf_s}{2} = \dfrac{6 \times 8\text{k}}{2} = 24\ \text{kHz}$

b) $\text{İGO} = \alpha + 6n\ \text{dB}$

$$\alpha = 10\log_{10} c = 10\log_{10} \frac{3}{\left[\ln\left(1 + \frac{\mu}{100}\right)\right]^2} = -8{,}51\ \text{dB}$$

$$\text{İGO} = -8{,}51 + 6 \times 6 = 27{,}49\ \text{dB}$$

? b) $L = 256 = 2^8 \longrightarrow n = 8$ bit/k.örnek

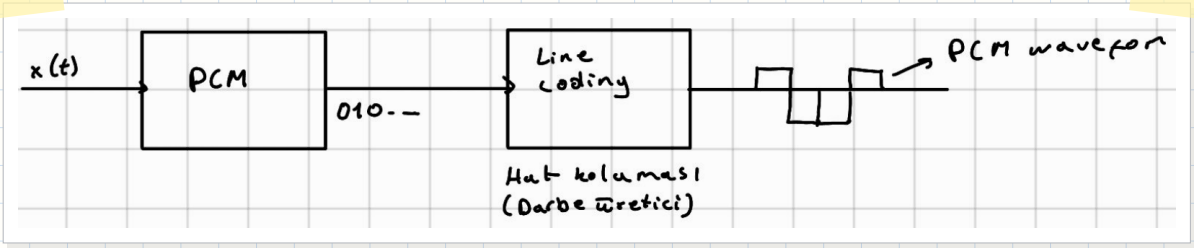
$\text{İGO} = \alpha + 6n = -8{,}51 + 6 \times 8 = 39{,}49\ \text{dB}$

$B_k = \dfrac{nf_s}{2} = \dfrac{8 \cdot 8\text{k}}{2} = 32\ \text{kHz}$

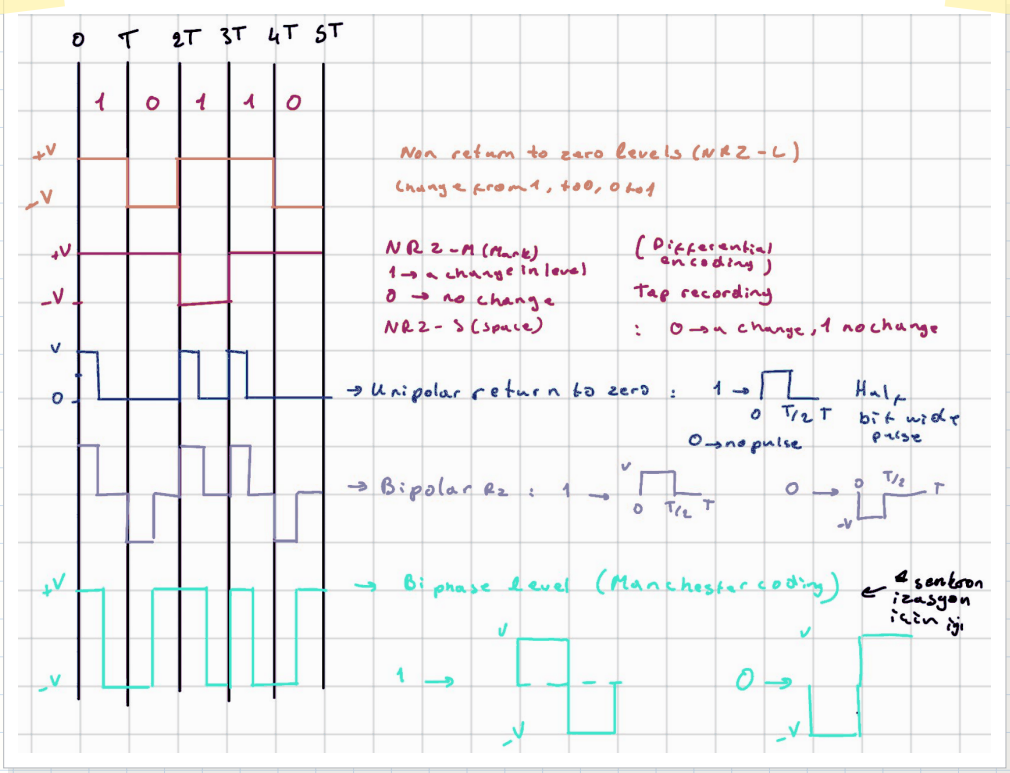
	$L = 64\ (n = 6)$	$L = 256\ (n = 8)$
$B_k =$	24 kHz	32 kHz (%33 artış)
İGO =	27,49 dB	39,49 dB (12 dB)

$$\text{İGO}(L = 256) = 16 \cdot \text{İGO}(L = 64)$$

orj. s. 7



orijinal çizim, s. 7



orijinal çizim, s. 7

S 87, Fig 2.22

Parametreler

1) DC component
2) self clocking → manchester
3) Error detection → Duo binary
4) BW compression
5) Differential encoding
6) Noise immunity $P_b(NRZ) < P(\text{Unipolar RZ})$

orj. s. 8

> **Şekil:** Basılı Figure 2.23: Çeşitli PCM dalga biçimlerinin spektral yoğunlukları (Duobinary, Delay modulation, NRZ, Dicode NRZ, Bi-phase). El yazısı eklemeler: eksen etiketi "PSD (W/Hz)" ve "manchester" eğrisinin adı.
> *(orijinal notta, s. 8)*

$$\text{Normalized BW} \longrightarrow BG = \frac{W\ (\text{Hz})}{R_s = \frac{1}{T}\ \text{sembol/sn}} \quad \text{(sembol hızı)}$$

En yüksek bant genişliği manchester

her darbe bir bite karşı gelirse
1 sembol = 1 bit olur

$WT < 1 \Rightarrow$ BW efficient

$WT > 1 \Rightarrow$ BW inefficient

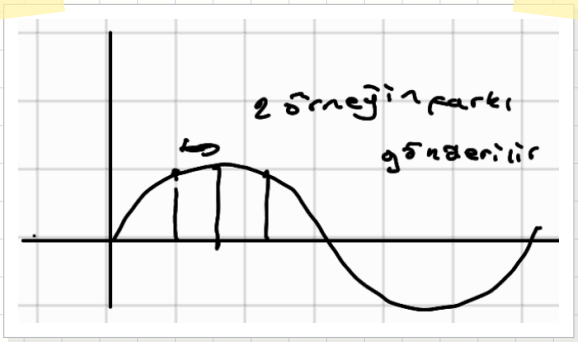
Delta modülasyonu (DM)

$$\Delta v = \frac{2x_p}{L} \longrightarrow N_q = \frac{\Delta v^2}{12} = \frac{3L^2}{x_p^2}[1] \longrightarrow SNR = 3L^2 \frac{P_x}{x_p^2}$$

kuantalama gürültüsünü azaltmak için

$$\underset{(n\uparrow)}{L\uparrow} \Rightarrow \Delta v \downarrow \Rightarrow N_q \downarrow \Rightarrow \text{İGO} = \frac{P_x}{N_q} \uparrow \quad \times \quad B_k = \frac{nf_s}{2} \uparrow$$

veya x_p'yi küçültebiliriz



orijinal çizim, s. 8

Differential PCM (DPCM) $\xrightarrow{n=1}$ DM

[1] Claude notu: muhtemelen $N_q = x_p^2/(3L^2)$ olmalı (pay ve payda yer değiştirmiş).