# Sayısal Haberleşme

## PCM sistemi örneği

Orijinal not: Ders-7.pdf

**UYARI** Bu belge, el yazısı ders notlarından Claude (Anthropic) yardımıyla dijitale aktarılmıştır. Yardımcı kaynak olarak hazırlanmıştır; hata veya eksik içerebilir. Lütfen orijinal notları ve ders kaynaklarını esas alın.

**NOTICE** *This document was transcribed from handwritten lecture notes with the help of Claude (Anthropic). It is meant as a supplementary resource and may contain errors or omissions. Always check against the original notes and official course material.*

orj. s. 1

### Örnek

Aşağıdaki şekilde görülen sistemin girişine $x(t) = \cos(2\pi f_0 t)$ işareti uygulanmaktadır. Örnekleme periyodu $T_s = \frac{1}{12 f_0}$ ve

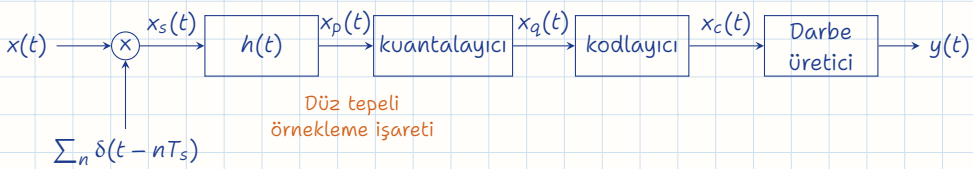
$$h(t) = \begin{cases} 1, & 0 \le t \le T_s/2 \\ 0, & \text{Diğer} \end{cases}$$

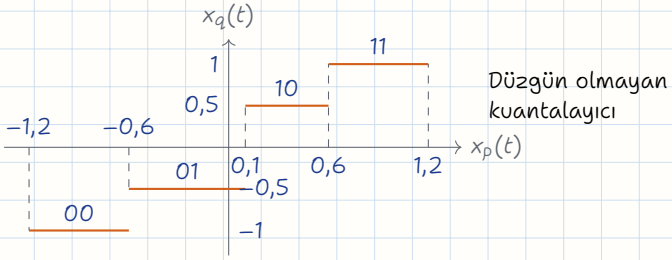
olarak verilmektedir. Kuantalayıcının giriş-çıkış bağıntısı aşağıda verilmiştir.

$$x_q(t) = \begin{cases} -1, & -1{,}2 \le x_p(t) \le -0{,}6 \\ -0{,}5, & -0{,}6 < x_p(t) \le 0{,}1 \\ 0{,}5, & 0{,}1 < x_p(t) \le 0{,}6 \\ 1, & 0{,}6 < x_p(t) \le 1{,}2 \end{cases}$$

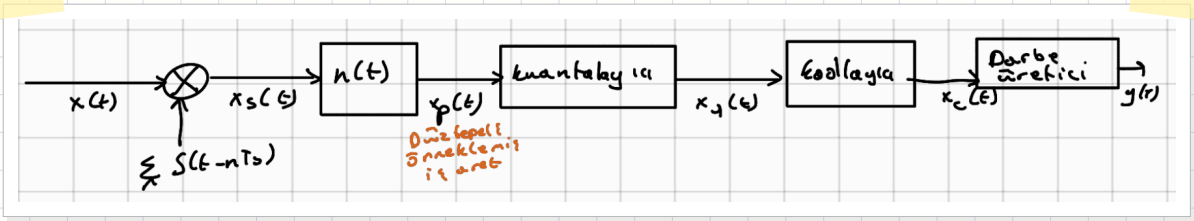
Kodlayıcı $(-1), (-0{,}5), (0{,}5), (1)$ genliklerini sırasıyla 00, 01, 10 ve 11 ile kodlamaktadır. Darbe üretici 0 ve 1 bitleri için sırasıyla $-5$ V ve $+5$ V genlikli tam dikdörtgen darbeler üretmektedir.

a) $x_p(t)$ ve $x_q(t)$'yi $[0, T_0]$ aralığında çiziniz
b) $y(t)$'yi
c) $f_0 = 1$ kHz ise iletim hızını ve min kanal BG'sini bulunuz




orj. s. 2




orijinal çizim, s. 2

$$x_s(t) = x(t) \cdot \sum_n \delta(t - nT_s) = \sum_n x(nT_s)\,\delta(t - nT_s)$$

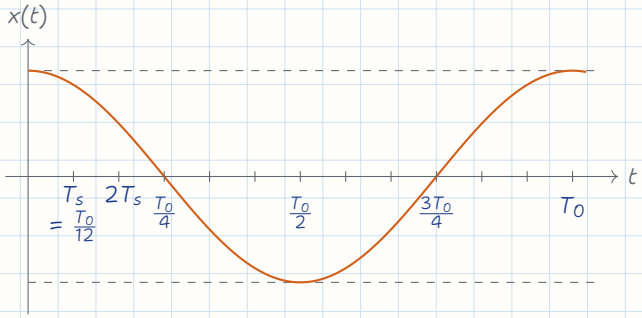
$$x_p(t) = x_s(t) * h(t) = \sum_n x(nT_s)\,h(t - nT_s)$$

$$x_q(t) = \sum_n x_q(nT_s)\,h(t - nT_s)$$

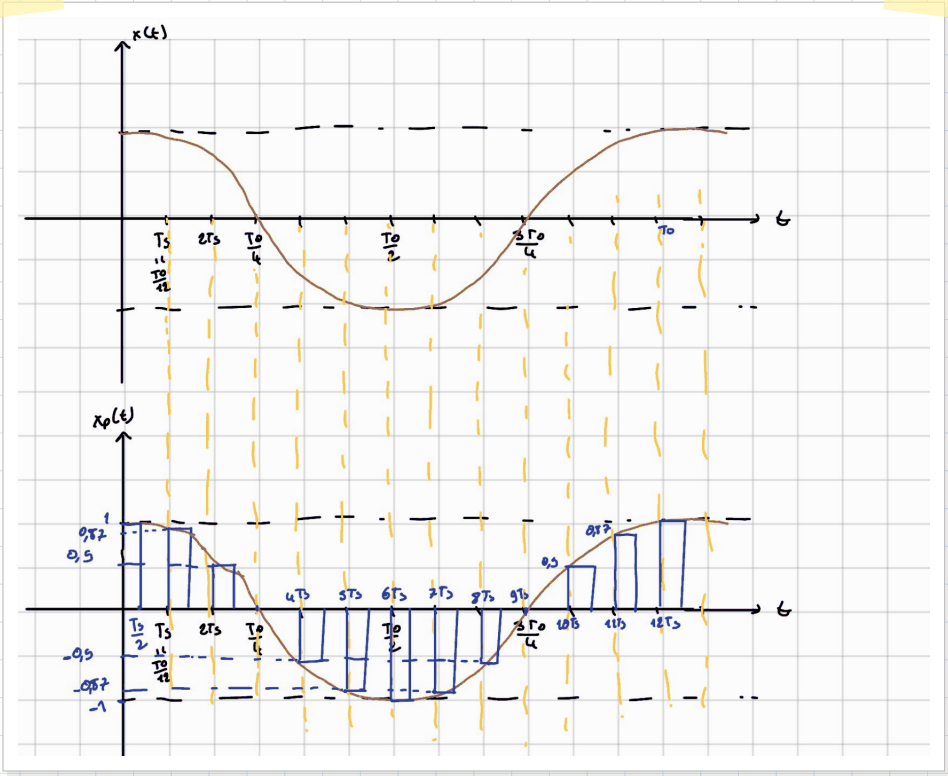
$$T_s = \frac{1}{12 f_0} = \frac{T_0}{12} \qquad \text{bir periyod boyunca 12 örnek var}$$

$$x(nT_s) = \cos(2\pi f_0\, nT_s) = \cos\left(2\pi f_0\, n \frac{1}{12 f_0}\right) = \cos\left(\frac{n\pi}{6}\right)$$

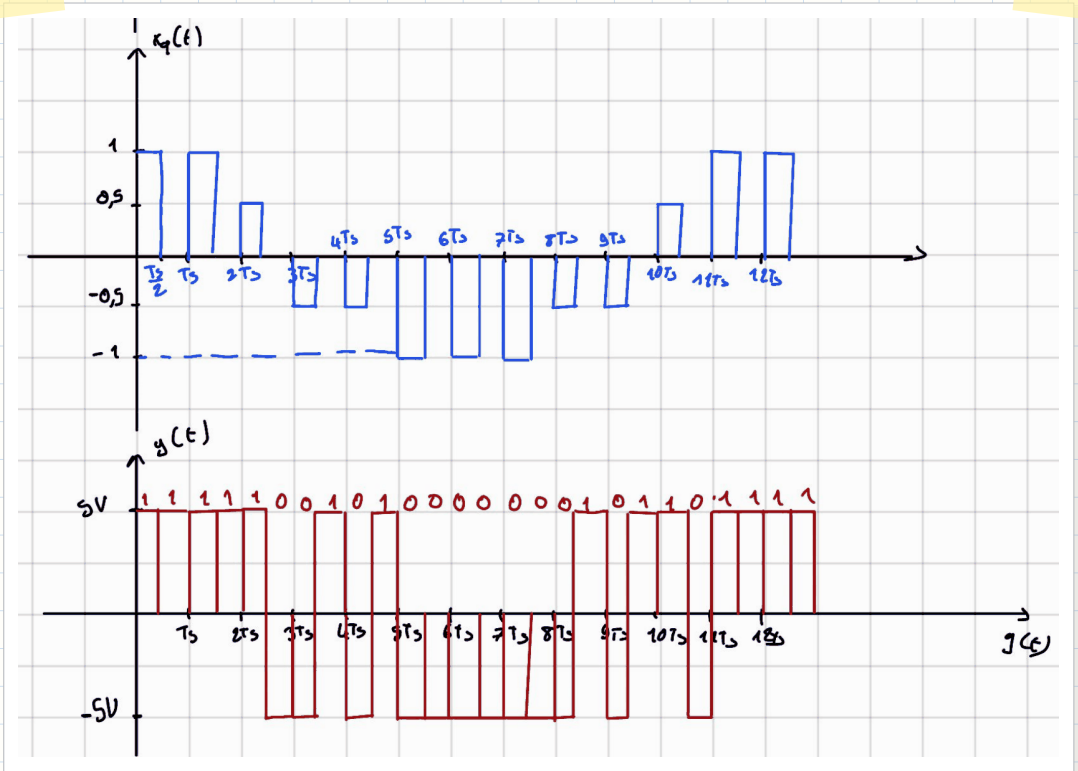
| $n$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x(nT_s)$ | 1 | 0,87 | 0,5 | 0 | −0,5 | −0,87 | −1 | −0,87 | −0,5 | 0 | 0,5 | 0,87 | 1 |
| $x_q(nT_s)$ | 1 | 1 | 0,5 | −0,5 | −0,5 | −1 | −1 | −1 | −0,5 | −0,5 | 0,5 | 1 | 1 |
| kod | 11 | 11 | 10 | 01 | 01 | 00 | 00 | 00 | 01 | 01 | 10 | 11 | 11 |




orj. s. 3




orijinal çizim, s. 3




orijinal çizim, s. 3

orj. s. 4

c) $f_0 = 1$ kHz $\quad f_s = \frac{1}{T_s} = \frac{1}{T_0/12} = 12 f_0 = 12$ kHz

$R_b = n f_s = 2 \cdot 12k = 24k$ bit/sn

$$B_w = \frac{R_b}{2} = 12 \text{ kHz}$$

# Delta Modülasyon (DM)

$$\text{?okunamadı} \Rightarrow SNR = \frac{P_x}{\Delta v^2/12} = \frac{12 P_x}{\Delta v^2}$$

**PCM**

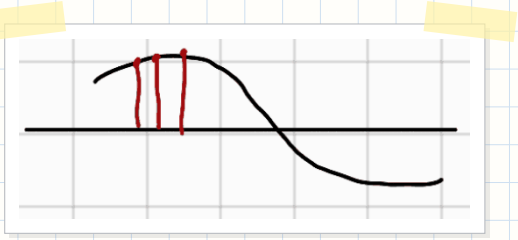
$$N_o = N_q = \frac{\Delta v^2}{12} = \frac{x_p^2}{3L^2} \rightarrow SNR = \frac{P_o}{N_o} = \frac{P_x}{N_q} = 3L^2 \frac{P_x}{x_p^2}$$

$$\Delta v = \frac{2x_p}{L}$$

$$SNR \uparrow \Rightarrow N_o \downarrow \Rightarrow \Delta v \downarrow \Rightarrow \underbrace{L \uparrow}_{\text{kuantalayıcı seviye sayısı}} \Rightarrow 2^{\underset{n\uparrow}{n}} \geq L$$

$$n \uparrow \Rightarrow BG \uparrow$$

veya $x_p$'yi küçültürüz



orijinal çizim, s. 4

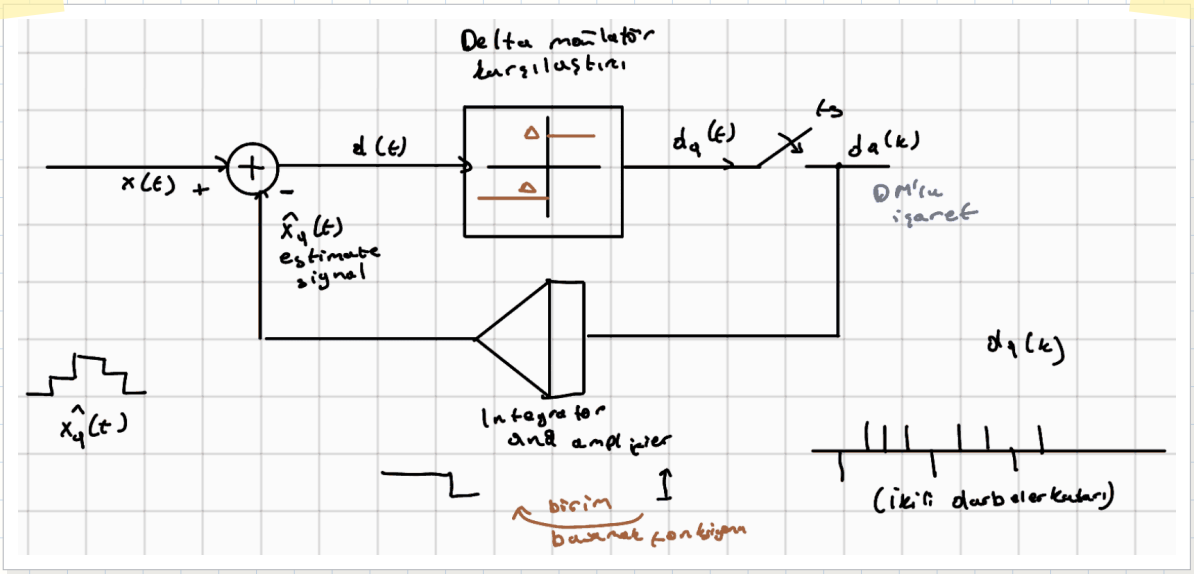
2 örnek arasındaki fark
Differential PCM (DPCM)

DM = 1 bitlik DPCM $(n = 1,\ L = 2)$

$f_s \gg f_N$ $(f_s = 4f_N)$

DPCM'e göre daha basit ve ?ucuz

# Delta modülatör



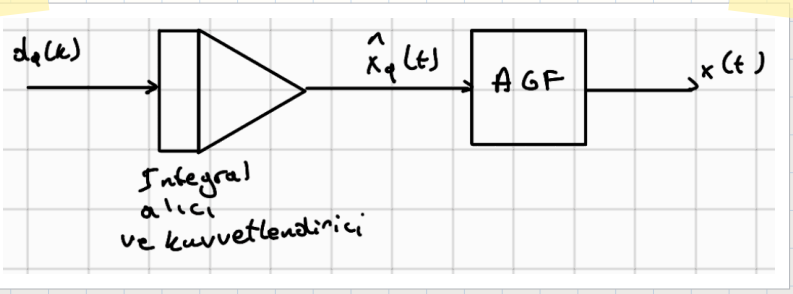

orijinal çizim, s. 4

orj. s. 5

Hata işareti: $d(t) = x(t) - \hat{x}_q(t)$ (Fark)

$$\text{Eğer } d(t) \begin{cases} \geq 0, & d_q(t) = \Delta \\ < 0, & d_q(t) = -\Delta \end{cases}$$

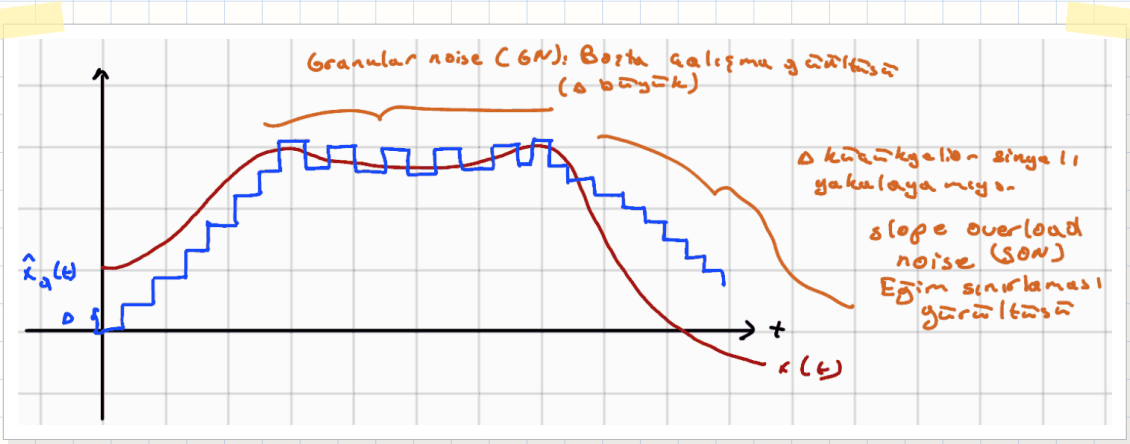
# Delta demodülatör




orijinal çizim, s. 5

örneklemenin tersi alçak geçiren filtredir

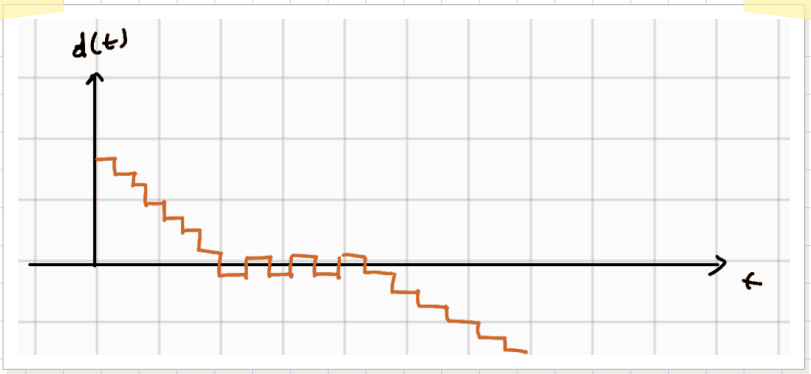
PCM sabit telefon haberleşmesinde, Delta Modülatörü apartman telefonunda




orijinal çizim, s. 5

GN ↓ ⇒ Δ ↓ ⇒ SON ↑ → $\Delta_{opt}$ → Adaptive DM (ADM)

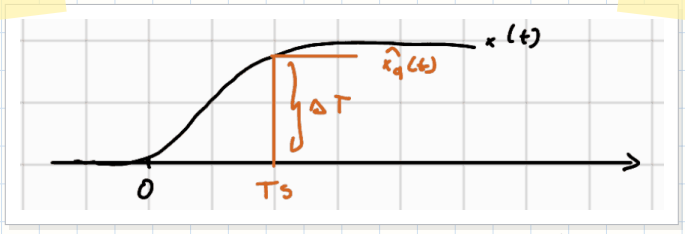
" DPCM (ADPCM)




orijinal çizim, s. 5

Aslında işaretin türevini yolluyoruz

Δ maksimum eğime eşit olursa




orijinal çizim, s. 5

orj. s. 6

$\hat{x}_q(t)$'nin takip edebileceği max eğim

$$\text{maks}\,|\dot{x}(t)| \leq \frac{\Delta}{T_s}$$

⇒ Eğim sınırlaması gürültüsü olmaz

SON olmaması için $\Delta f_s \geq \text{maks}\,|\dot{x}(t)|$

**GN** $-\Delta$ ile $\Delta$ arasında $[\underset{a}{-\Delta}, \underset{b}{\Delta}]$ düzgün dağılımlı

boşta çalışma gürültüsünün ortalama gücü

$$E[\varepsilon^2] = \frac{(b-a)^2}{12} = \frac{(\Delta+\Delta)^2}{12} = \frac{\Delta^2}{3}$$

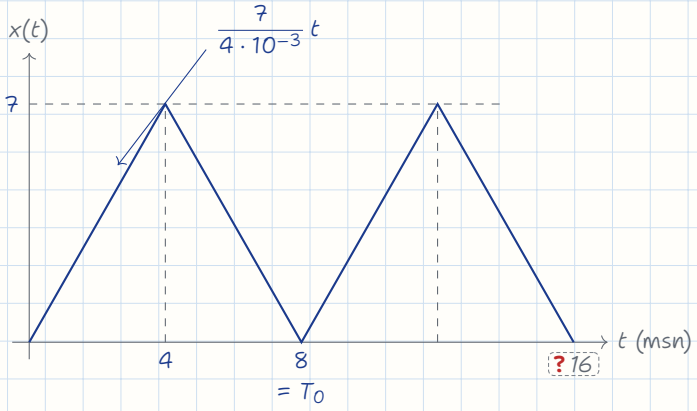
$$N_q = \underbrace{\frac{\Delta^2/3}{f_s}}_{GYF} \times \overset{AGF}{\underset{BG\{x(t)\}}{B}} \Rightarrow N_q = \frac{\Delta^2 B}{3f_s}$$

$$\Rightarrow SNR = \frac{S_o}{N_o} = \frac{P_x}{N_q} = \frac{3f_s P_x}{\Delta^2 B}$$

**Örnek**

$x(t)$ is applied to the input of DM modulator

a) What is the min value of $\Delta$ in order not to have slope overloding for $f_s$ = 1 khz
b) Find transmission rate and BW
c) Find SNR




a) $\Delta \underset{10^3}{f_s} \geq \underbrace{\text{maks}\,|\dot{x}(t)|}_{\frac{7}{4\cdot10^{-3}}}$

$$\Delta \geq \frac{7}{4} \Rightarrow \Delta_{min} = \frac{7}{4}\,V$$

b) $R_b = \overset{n=1}{n} f_s = f_s = 1\,kHz \qquad B_W = \frac{R_b}{2} = 500\,Hz$

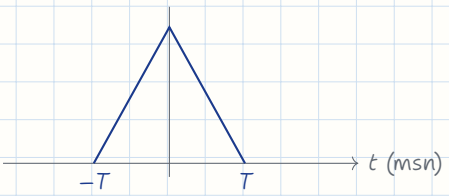
$n = 1$ çünkü delta modülasyonu

orj. s. 7

c) $$SNR = \frac{3f_s P_x}{\Delta^2 B}$$

$$P_x = \frac{1}{T_0}\int_{T_0} |x(t)|^2\,dt = \frac{1}{8\cdot10^{-3}}\int_0^{8\cdot10^{-3}} x^2(t)\,dt$$

$$= \frac{2}{8\cdot10^{-3}}\int_0^{4\cdot10^{-3}} \left(\frac{7t}{4\cdot10^{-3}}\right)^2 dt$$




$\text{sinc}^2($

$$B \approx \underbrace{\frac{1}{T}}_{\text{ilk sıfır geçişi}} = \frac{1}{4 \cdot 10^{-3}} = 250 \text{ Hz}$$

sadece bir dalga için geçerlidir

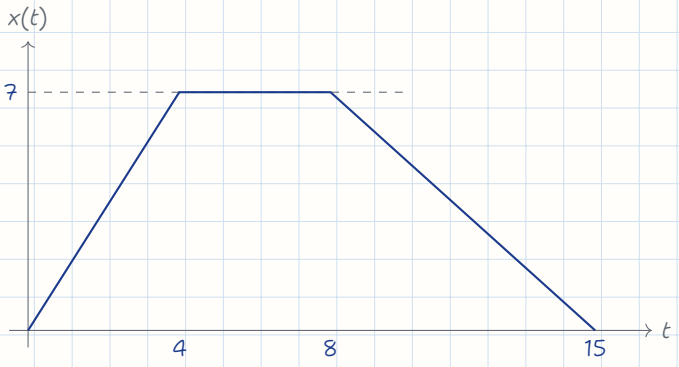
normalde Fourier serisine açmak lazım, sonra 99% güç bulmak lazım

**Örnek**

DM, $f_s = 1$ khz

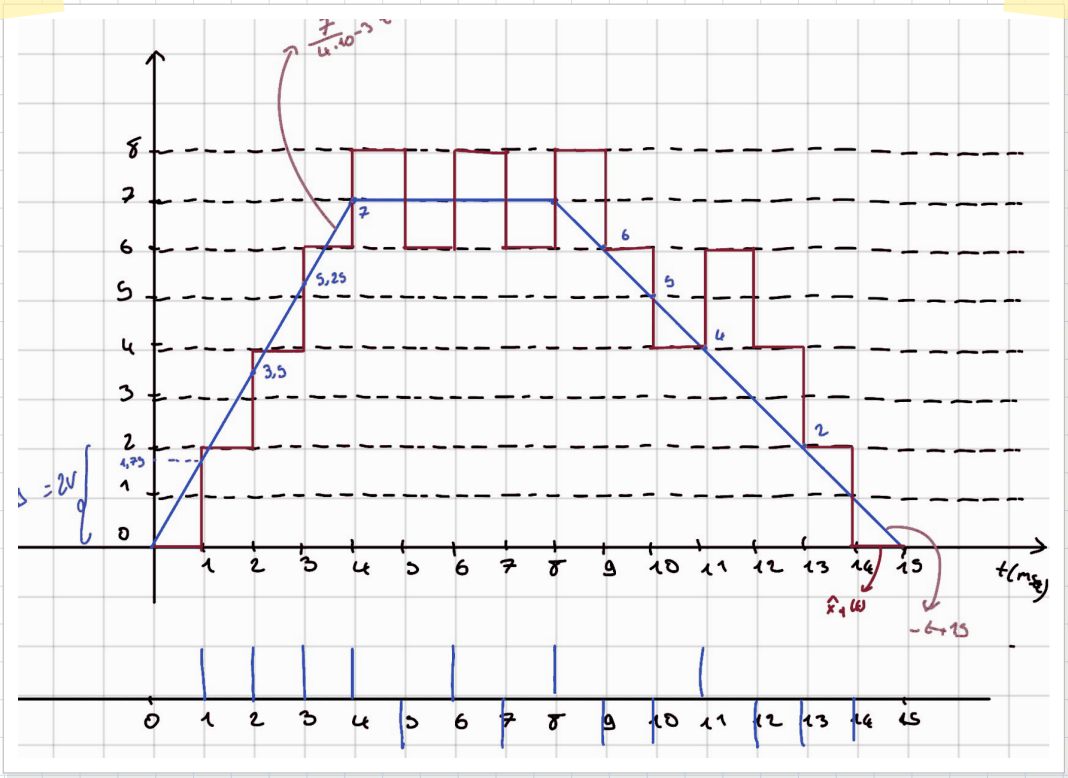
a) Eğim sınırlaması gürültüsü olmaması için $\Delta$'nın min değeri ne olmalıdır?

b) $\Delta = 2V$ için $x(t)$, $\hat{x}_q(t)$ ve $d_q(k)$'yı çiziniz
$(x(t) - \hat{x}_q(t) > 0 \Rightarrow d_q(t) = \Delta)$




a) $\underset{10^{-3}}{\Delta f_s} \geq \underbrace{\text{maks}\,|\dot{x}(t)|}_{\frac{7}{4 \cdot 10^{-3}}} \Rightarrow \Delta \geq \frac{7}{4} = 1{,}75 \text{ V}$

orj. s. 8




orijinal çizim, s. 8

# Encoding techniques applied to speech signals

| **Method** | **Quantize** | **Coder** | **Transmission rate** (bit/sec) |
|---|---|---|---|
| PCM | Linear | 12 bits | 96k |
| Log PCM (Nonuniform PCM) | Logarithmic ?okunamadı | 7-8 bits | 56k-64k |
| DPCM | " | 4-6 bits | 32k-48k |
| ADPCM | Adaptive | 3-4 bits | 24k-32k |
| DM | Binary | 1 bit | 32k-64k |
| ADM | Adaptive " | " | 16-32k |
| (code excited linear coding) LPC/CELP (Linear predictive coding) | | | 2400-9600 |

*[Tablonun sol kenarında, PCM–ADM satırlarını kapsayan süslü parantezle: "zamanda kodlama"; LPC/CELP satırı için: ?frekansta kodlama.]*

orj. s. 9

3. yol Model based kodlama

↓ cep telefonu haberleşmesinde
(vocoder)
Voice Coder