Sayısal İşaret İşleme

Sayısal İşaret İşlemenin Temelleri

Orijinal not: Dsp-ders-1.pdf

UYARI Bu belge, el yazısı ders notlarından Claude (Anthropic) yardımıyla dijitale aktarılmıştır. Yardımcı kaynak olarak hazırlanmıştır; hata veya eksik içerebilir. Lütfen orijinal notları ve ders kaynaklarını esas alın.

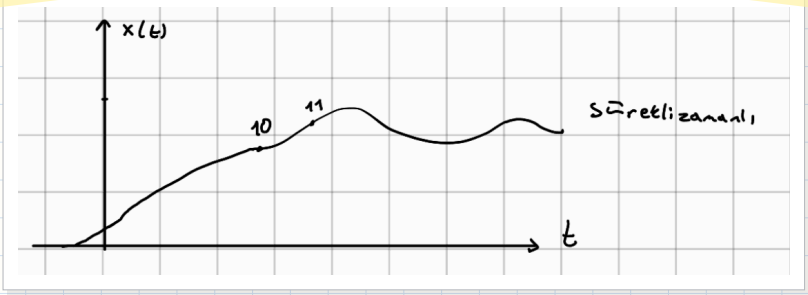
NOTICE *This document was transcribed from handwritten lecture notes with the help of Claude (Anthropic). It is meant as a supplementary resource and may contain errors or omissions. Always check against the original notes and official course material.*

orj. s. 1

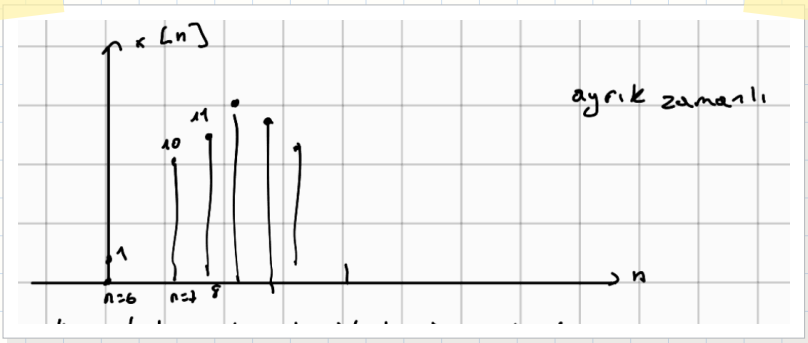
Sayısal İşaret İşlemenin Temelleri

(Discrete-Time Signal Processing) *(Kitap adı)*

- 2 tane kısa sınav 20 dk
- Kısa sınav %10
- Ödevler %5 Her ödev 1 puan
- Ara sınav %35
- Final sınavı %50



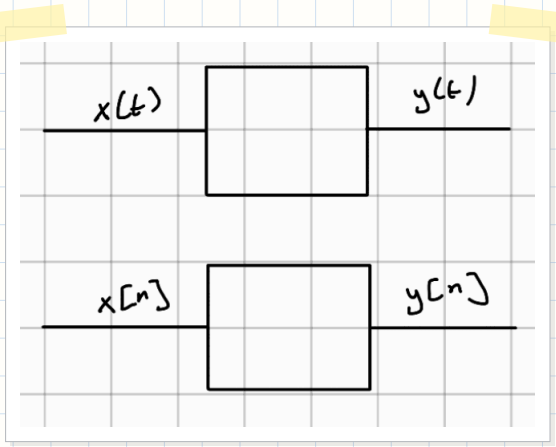
orijinal çizim, s. 1



orijinal çizim, s. 1

Kuantalarsak dijital sinyal olur.

Biz ayrık zamanla çalışacağız.



orijinal çizim, s. 1

$$x(t) \xrightarrow[t=nT]{\text{sampling}} x[n]$$

$$x[n] = x(t)\Big|_{t=nT}$$

T: period (sec)

$\frac{1}{T} = f_s$: sampling frequency [Hz]

orj. s. 2

$$x[n] = [\ 1 \quad \underset{\uparrow}{10} \quad 11 \quad 17 \quad 0 \quad 0 \quad 0]\ 0 \quad 0$$
$$n=7$$

Önemli işaretler

$$\delta[n] = \begin{cases} 1 & n = 0 \\ 0 & \text{o.w.} \end{cases}$$

$$u[n] = \begin{cases} 1 & n \geq 0 \\ 0 & \text{o.w.} \end{cases}$$

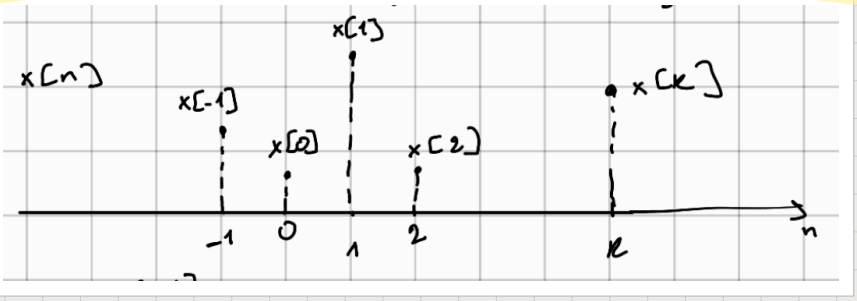
$$x[n] = a^n \implies x[n] = r^n e^{j\theta n}$$

Genlik: $|x[n]| = |r^n|$

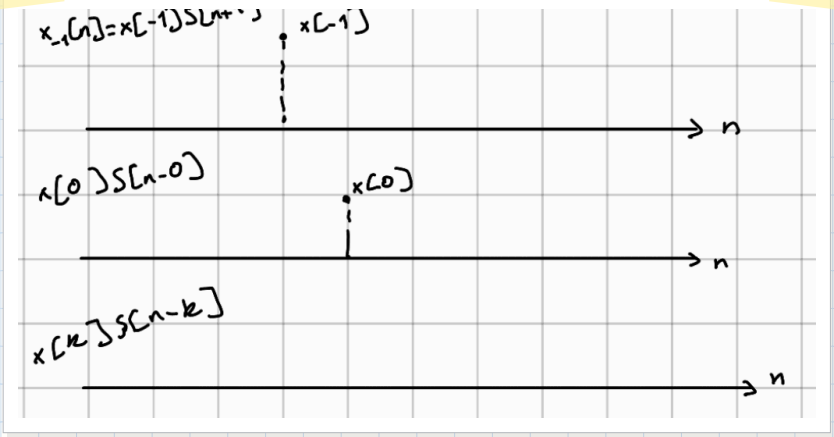
$\angle x[n] = \theta n$ radyan

a complex olsun $a = re^{j\theta}$

$$x[n] = r^n e^{j\theta n} = \underbrace{r^n \cos \theta n}_{\text{reel}} + j \underbrace{r^n \sin \theta n}_{\text{imajiner}}$$



orijinal çizim, s. 2

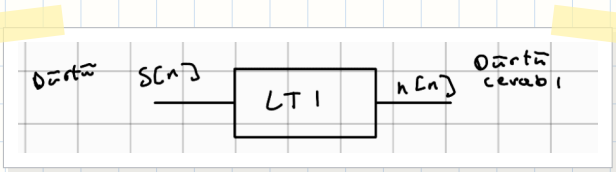


orijinal çizim, s. 2

$$x[n] = \cdots + x[-1]\,\delta[n+1] + x[0]\,\delta[n] + x[1]\,\delta[n-1] + \\ + x[2]\,\delta[n-2] + \cdots + x[k]\,\delta[n-k]$$

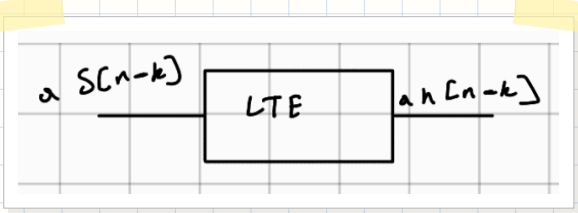
$$x[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]\,\delta[n-k]$$

→ LTI bir sistemin girişini bu şekilde bilirsek, bir girişin diğerini bilirsek, her giriş için çıkışı biliriz.



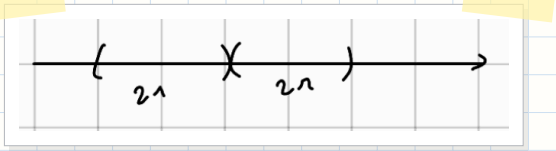
orijinal çizim, s. 2

orj. s. 3



orijinal çizim, s. 3

$$x[n] = \underbrace{Ae^{j\omega_0 n}}_{\text{Bu işaret periyodiktir.}} = Ae^{j\omega_0 n}(e^{j2\pi})^n = \underbrace{Ae^{j(\omega_0+2\pi)n}}_{2\pi \text{ de periyodik}}$$



orijinal çizim, s. 3

$$x[n] = A\cos(\omega_0 n) = A\cos(\omega_0 n + 2\pi k)$$
$$= A\cos(\omega_0(n+N)) = A\cos(\omega_0 n + \omega_0 N)$$

$x[n+N] = x[n]$ for all $n \implies$ işaret periyodiktir $\qquad 2\pi k = \omega_0 N$

$$x_1[n] = \cos\left(\underbrace{\frac{\pi}{4}}_{\omega_0} n\right)$$

$$\omega_0 = \frac{\pi}{4} \quad \text{şartımız} \quad 2\pi \overset{\text{tamsayı (0 hariç)}}{\underset{\downarrow}{k}} = \frac{\pi}{4} \overset{\text{bu da tamsayı olmak zorunda}}{\underset{\downarrow}{N}}$$

$$8k = N$$

$k = 1$ için $N = \underset{\text{(sample)}}{8}$ çıkar

Her 8 örnekte bir kendini tekrarlar.

2 tam periyot için $n = 0$'dan $n = 15$'e kadar çizdirilir.

$$x_2[n] = \cos\left(\frac{3\pi}{8} n\right)$$

$$\omega_0 = \frac{3\pi}{8} \qquad 2\pi k = \frac{3\pi}{8} N$$

$$\frac{16k}{3} = N$$

$k = 3$ için $\boxed{N = 16 \text{ sample}}$

$$x_3[n] = \cos(3n)$$

$$\omega_0 = 3 \qquad 2\pi k = 3N \qquad \frac{2\pi}{3} k = N \quad \text{periyodik değil}$$

k ve N aynı zamanda tamsayı olamıyor.

orj. s. 4

$x_1[n]$ N_1

$x_2[n]$ N_2

$x_3[n] = x_1[n] + x_2[n]$ periyodik ekok(N_1, N_2) ile

$\star$ $x_1[n] \cdot x_2[n]$ periyodik mi?? ödev

$$x[n] \Longrightarrow \text{Enerjisi} \sum_{k=-\infty}^{\infty} |x[k]|^2$$

$$\text{Ortalama güç} \lim_{K\to\infty} \frac{1}{2K+1} \sum_{k=-K}^{K} |x[k]|^2$$

Eğer bir işaretin enerjisi $E_x < \infty$ ise ona enerji işareti denir ve ortalama gücü sıfırdır.

Güç işaretlerinin gücü 0'dan farklı, enerjisi sonsuz.

$$x_a(t) = \cos(\Omega_0 t) = \cos(2\pi F_0 t)$$

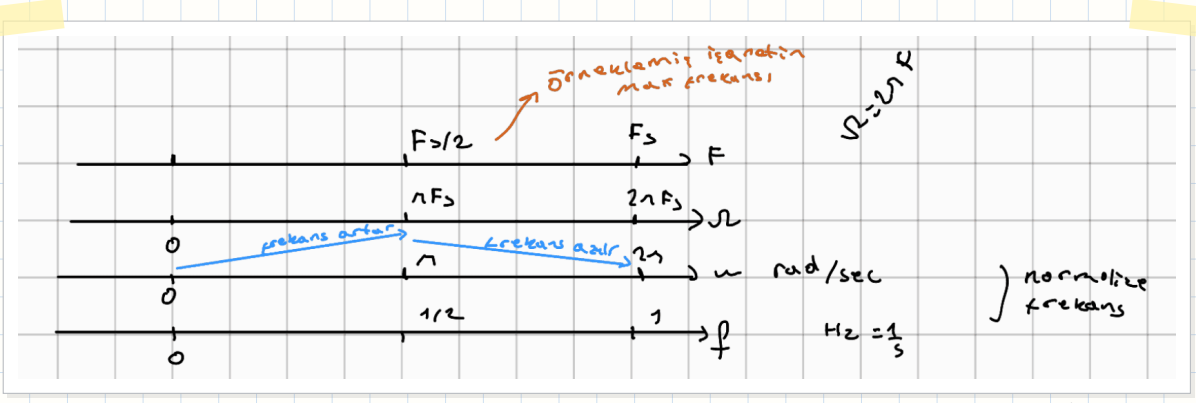
Frekansı normalize olur

$$x_a(t)\Big|_{t=nT} = x[n] = \cos(\Omega_0 nT) = \cos\left(\frac{\Omega_0}{F_s} n\right)$$

$$= \cos\left(2\pi \frac{F_0}{F_s} n\right) \qquad T = \frac{1}{F_s}$$

Örnekleme frekansına göre normalize edilen hali:

$$= \cos(\omega_0 n) = \cos(2\pi f_0 n)$$



orijinal çizim, s. 4

orj. s. 5

$$\cos(\underbrace{\omega_0}_{\text{radyan}} n) = \cos(\alpha) \qquad \text{? Örnek = radyan}$$

$$\cos\left(\underbrace{2\pi}_{\text{rad}} f n\right)$$

$\rightarrow \cos(0{,}1\pi n)$ işaretini çizdirin

$$\cos(0{,}2\pi n)$$
$$\vdots$$
$$\cos(0{,}9\pi n)$$
$$\cos(\pi n)$$
$$\cos(1{,}1\pi n)$$